

Stochastische Modellierung von Naturkatastrophen in Internen Modellen am Beispiel von Sturmereignissen

Dorothea Diers

Preprint Series: 2007-21



Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
UNIVERSITÄT ULM

Stochastische Modellierung von Naturkatastrophen in Internen Modellen am Beispiel von Sturmereignissen

Dorothea Diers

Zusammenfassung

Die Risikolage der Versicherungsindustrie hat sich in den letzten Jahren, aufgrund der negativen Entwicklung der Kapitalmärkte zu Beginn dieses Jahrtausends und des Anstiegs von Naturkatastrophen und Terroranschlägen, deutlich verändert. Auf diese veränderten Rahmenbedingungen reagieren die Versicherer mit einem Paradigmenwechsel in der Unternehmenssteuerung, der sich ausgehend von der klassischen Umsatzorientierung hin zu einer *wertorientierten Steuerung* auf ökonomischen Größen vollzieht. Nur mit Hilfe von qualitativ hochwertigen Internen Modellen (DFA-Modellen), die optimal an die zugrunde liegende Risikosituation angepasst sind, sind Versicherer in der Lage, die Höhe des vorzuhaltenden Risikokapitals bzw. komplette Ergebnisverteilungen gemäß der Risikostruktur ihres Unternehmens zu ermitteln, so dass sie eine fundierte Entscheidungsgrundlage bei der wertorientierten Unternehmenssteuerung liefern können. In diesem Zusammenhang stellt sich die Messung und Bewertung von Katastrophenrisiken aktuell als sehr bedeutsames Gebiet dar, da sie einen großen Teil des gesamten Risikokapitals der Unternehmen binden. Somit hängt es wesentlich von der adäquaten Modellierung der Katastrophenrisiken ab, ob Interne Modelle zur Unternehmenssteuerung eingesetzt werden können. Aus diesem Grund soll der vorliegende Überblicksaufsatz zwei konkrete Ansätze zur Modellierung von Katastrophenschäden am Beispiel der Sturmereignisse darstellen, die beide Ergebnisse aus Naturgefahrenmodellen verwenden. Während das erste Verfahren komplette Event Loss Tables verarbeitet, nutzt der zweite hier dargestellte mathematisch-statistische Ansatz Informationen über bestimmte Wiederkehrperioden. Die beiden Methoden werden anhand von Beispieldaten verglichen und deren Vor- und Nachteile für die wertorientierte Unternehmenssteuerung aufgezeigt. Schlussendlich werden Risikokapitalien berechnet und die Wirkung von Strategien auf den Risikokapitalbedarf getestet.

Schlüsselworte: Interne Unternehmensmodelle, Katastrophenrisiken, Sturmrisiken, Naturgefahrenmodelle, Event Loss Tables, Mathematisch-Statistische Modelle, Risikokapital, Wertorientierte Unternehmenssteuerung

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	2
2	Modellierung der Katastrophenschäden in Internen Modellen	3
3	Modellierung auf Basis probabilistischer Naturgefahrenmodelle	5
4	Mathematisch-Statistische Modelle zur Modellierung der Katastrophenschäden	10
5	Risikokapitalberechnung und Ausblick	17
6	Literatur.....	19

1 Einleitung

Die Risikolage der Versicherungsindustrie hat sich in den letzten Jahren, aufgrund der negativen Entwicklung der Kapitalmärkte zu Beginn dieses Jahrtausends und des Anstiegs von Naturkatastrophen und Terroranschlägen, deutlich verändert. So reduzierte sich nach Angaben der SWISS RE die Kapitalausstattung der weltweit tätigen Erst- und Rückversicherer im Bereich Nichtleben im Zeitraum von 2000 bis 2002 um ca. 25%.¹ Auf diese veränderten Rahmenbedingungen reagieren die Versicherer mit einem Paradigmenwechsel in der Unternehmenssteuerung, der sich ausgehend von der klassischen Umsatzorientierung hin zu einer *wertorientierten Steuerung* auf ökonomischen Größen vollzieht.

Hierbei wird der Erfolg an der Erzielung einer angemessenen Rendite auf das von den Kapitalgebern zur Verfügung gestellte Risikokapital gemessen. Dabei soll sich das Risikokapital aus den tatsächlichen Risiken der Unternehmen ableiten. Nur mit Hilfe von qualitativ hochwertigen Internen Modellen,² die optimal an die zugrunde liegende Risikosituation angepasst sind, sind Versicherer in der Lage, die Höhe des vorzuhaltenden Risikokapitals bzw. komplette Ergebnisverteilungen gemäß der Risikostruktur ihres Unternehmens zu ermitteln. So können Fragen zur Risikotragfähigkeit und Profitabilität des Gesamtunternehmens sowie von Teilportefeuilles beantwortet werden.

Um die Risikosituation des Unternehmens adäquat bewerten zu können, sind die verschiedenen Risiken, denen das Unternehmen ausgesetzt ist, geeignet in Internen Modellen abzubilden. Hier kommt der Modellierung der Katastrophenereignisse eine große Bedeutung zu, da sie häufig ein erhebliches Schadenpotential in sich bergen, dem das Risikomanagement eines Unternehmens eine angemessene Bedeutung zukommen lassen muss. Auf die von Katastrophenereignissen betroffenen Sparten entfällt nicht selten ein erheblicher Teil des Risikokapitals. Deshalb haben gerade die Katastrophengefahren einen sehr starken Einfluss auf die Wahl des geeigneten Rückversicherungsschutzes. In diesem Zusammenhang sollte ein reger Austausch mit der Rückversicherungs-Abteilung über die angemessene Höhe des Rückversicherungsschutzes in Bezug auf Rendite- und Risikoaspekte stattfinden. Erschwerend kommt hinzu, dass gerade bei der Modellierung der Katastrophenereignisse bei den meisten Versicherern auf eine zu kurze Schadenerfahrung zurückgegriffen werden kann, so dass es eine große Herausforderung darstellt, hohe Wiederkehrperioden wie 100-, 500-, 1.000- oder 10.000- Jahresereignisse adäquat für das Unternehmen zu modellieren.

Katastrophenschäden sind Schäden, die aufgrund eines Ereignisses verursacht werden, das eine Vielzahl von Versicherten (fast) gleichzeitig trifft. In der Schaden- und Unfallversicherung haben die folgenden *Katastrophenereignisse aus Naturgefahren* eine erhebliche Bedeutung:

¹ Siehe [Swiss Re 2002].

² Der interessierte Leser findet einen konkreten Vorschlag zur Entwicklung eines stochastischen Internen Unternehmensmodells, das als Basis für eine wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung dienen kann, in dem neu erschienenen Buch [Diers 2007a]. Dort werden die relevanten Schritte von der Konzeption bis zur vollständigen Erstellung und Umsetzung dargelegt. Die einzelnen Modellierungsschritte werden anhand des Datensatzes eines Beispielunternehmens durchgeführt.

- Sturmereignisse,
- Erdbeben,
- Hagelereignisse,
- Überschwemmungen.

Neben den aus Naturgefahren resultierenden Katastrophenereignissen sind Terroranschläge und Katastrophenschäden in Sparten wie Allgemeine Unfall und Feuer (unbekannte Kumule) zu berücksichtigen, für die ebenfalls mögliche Kumulereignisse modelliert werden sollten.

In dieser Abhandlung sollen zwei grundsätzlich verschiedene Vorgehensweisen für die Katastrophenmodellierung in Internen Modellen am Beispiel der Sturm-Katastrophen dargestellt und anhand von Beispieldaten quantitativ analysiert werden.³

2 Modellierung der Katastrophenschäden in Internen Modellen

Mit Hilfe von Internen Modellen soll eine möglichst große Bandbreite aller möglichen Ergebnis- und somit auch Schadenausprägungen des nächsten Jahres oder – in mehrjährigen Modellen – der nächsten Jahre erzeugt werden, um die Risikolage des einzelnen Unternehmens adäquat abzubilden und daraus steuerungsrelevante Kennzahlen wie Erwartungswerte von Unternehmensergebnissen oder Risikokapitalien bestimmen zu können. Allerdings unterliegen die versicherungstechnischen Risiken in der Schaden- und Unfallversicherung deutlichen Schwankungen, die aus der hohen Volatilität des Gesamtschadenverlaufs – sowohl die Schadenhöhe als auch die Schadenfrequenz betreffend – resultieren. So können beispielsweise Sturmereignisse einen erheblichen Schadenaufwand verursachen, der sich aus einer enormen Vielzahl kleinerer Schäden ergibt. Deshalb sollten die Schäden ebenso wie die Entwicklung der Kapitalmärkte stochastisch modelliert werden. Vor diesem Hintergrund verstehen wir hier unter einem Internen Modell ein Simulationsmodell. Analytische Modelle können bei Schaden- und Unfallversicherern nicht sinnvoll eingesetzt werden, da eine Bestimmung der Gesamt-Ergebnisverteilung nur unter restriktiven Annahmen möglich ist.⁴

Bei der Katastrophenschadenmodellierung in Internen Modellen sind zwei wesentliche Aspekte zu berücksichtigen. Zum einen ist die bei der Schadenmodellierung für Nicht-Katastrophenschäden häufig zugrunde gelegte Annahme des kollektiven Modells⁵ bezüglich der Unabhängigkeit von Schadenanzahl und Schadenhöhe pro Ereignis in der Regel nicht erfüllt. Ein Beispiel hierfür sind Überschwemmungsschäden, bei denen die Schadenanzahl und die Schadenhöhe mit zunehmendem Wasserstand ansteigen. Hinzu kommt, dass verschiedene Sparten von den Katastrophenereignissen gleichzeitig getroffen werden, so dass es sehr schwierig ist, die Abhängigkeiten zwischen den Schadenaufwendungen der einzelnen Sparten zu bestimmen. Generell greift der Ausgleich im Kollektiv bei Betrachtung der kumulbelasteten Sparten nur bei räumlich weit auseinander liegenden Risiken. Vor diesem Hintergrund bietet es sich an, die Katastrophenschäden nicht als se-

³ Die restlichen Sturmschäden (also die Sturmschäden, die nicht aus definierten Sturmereignissen resultieren) können als sogenannte Basisschäden modelliert werden, die wesentlich weniger volatil sind.

⁴ Siehe hierzu [Diers 2007a].

⁵ Siehe hierzu [Mack 2002].

parate Einzelschäden, sondern als Ereignisse zu modellieren. So können auch die Annahmen des kollektiven Modells als erfüllt angesehen werden, da die Ereignishäufigkeiten und die Schadenaufwendungen der einzelnen Ereignisse als unabhängig voneinander angenommen werden können. Anschließend sind die Schäden auf die betroffenen Sparten zu verteilen. Diese Aufteilung kann Auswertungen historischer Katastrophenschadenergebnisse entstammen oder auch nach Exposuremaßen des aktuellen Portefeuilles erfolgen. Es besteht darüber hinaus keine modelltheoretische Notwendigkeit, immer eine deterministische Aufteilung nach einem festen Schlüssel vorzunehmen. Vielmehr können die Aufteilungsfaktoren auch stochastischer Natur sein (z.B. in Abhängigkeit der Ereignisschadenhöhe).

Zum anderen ist bei der Katastrophenschadenmodellierung zu berücksichtigen, dass wesentlich extremere Ereignisse auftreten können als in der Vergangenheit beobachtet wurden. Somit ziehen die Unternehmen gerade für die Modellierung der Schadenbereiche, in denen keine Schadenerfahrung vorliegt, Exposure-Analysen hinzu, die von Rückversicherern, Maklern, etc., für das individuelle Portefeuille des Versicherungsunternehmens erstellt werden. Dazu werden z.B. Event Sets⁶ als Outputs probabilistischer Naturgefahrenmodelle externer Anbieter und darüber hinaus eine Vielzahl von Bestandsdaten wie z.B. eine genaue Beschreibung der Risikoorte, die am besten auf Adressbasis vorliegen sollte,⁷ der Risikoart wie Privat-, Gewerbe-, Industriegeschäft, etc., und der Versicherungsbedingungen wie Selbstbehalte, Limits, Mitversicherungsgeschäft, etc., benötigt. So erhält das Versicherungsunternehmen Informationen zu Wiederkehrperioden und den zugehörigen pmls⁸ oder vollständige Event Loss Tables.⁹ Diese Informationen müssen mit Hilfe der internen Schadendaten plausibilisiert werden. In einem weiteren Schritt werden Ereignisschadenfrequenz- und Ereignisschadenhöhenverteilungen bestimmt und parametrisiert.¹⁰ Auf dieser Basis können dann die Ereignisschäden simuliert werden. Abbildung 1 stellt die allgemeine Vorgehensweise bei der Modellierung der Katastrophenschäden dar.

⁶ Siehe Abschnitt 3.

⁷ Eine gröbere Einteilung wäre die Postleitzahl-Basis, die im Falle der Modellierung von Sturmereignissen in der Regel noch ausreichend aussagekräftig ist, sich allerdings z.B. für die Modellierung von Überschwemmungsrisiken als eher unzureichend erwiesen hat, da Überschwemmungen oft regional begrenzt auftreten. Das Schadenausmaß hängt zudem stark von der Höhe der Wasserstände ab, die sich schon auf kleinstem Gebiet deutlich unterscheiden können.

⁸ pml: probable maximum loss, wahrscheinlicher Höchstschaden

⁹ Siehe Abschnitt 3.

¹⁰ Siehe hierzu Abschnitte 3 und 4.

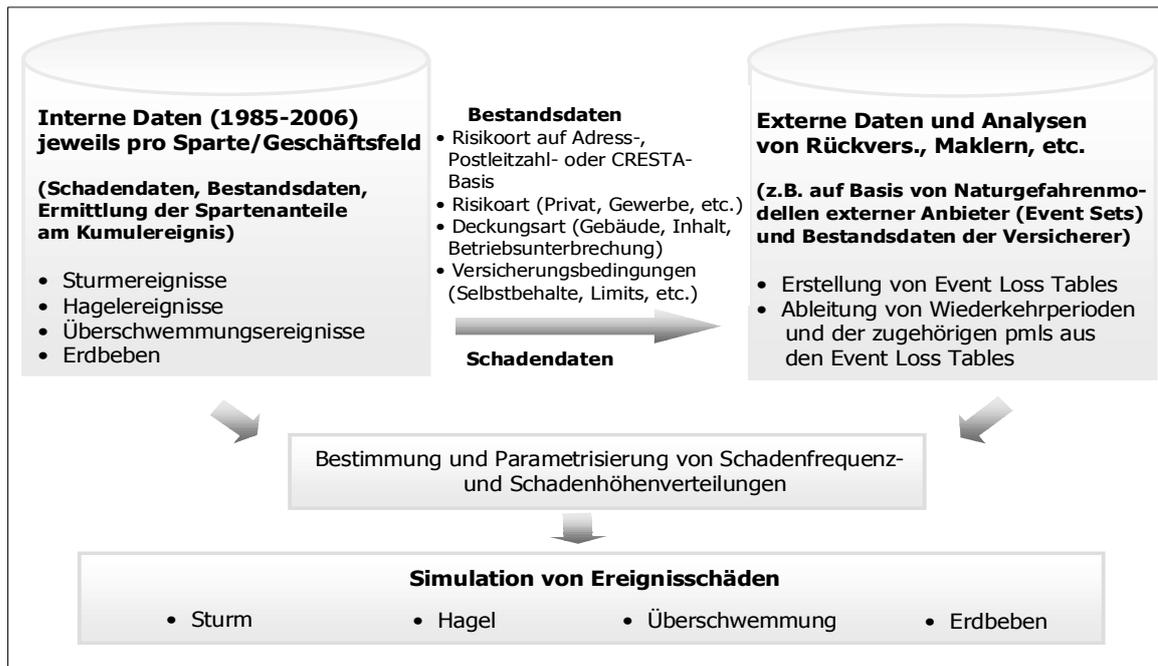


Abbildung 1: Katastrophenmodellierung

Dabei kann die Einbeziehung der externen Daten auf unterschiedliche Weise erfolgen. Zum einen können vollständige Event Loss Tables, d.h. die Ergebnisse probabilistischer Naturgefahrenmodelle, zur Modellierung der Katastrophenschäden herangezogen werden. Zum anderen kann die Modellierung auf der Basis von mathematisch-statistischen Modellen erfolgen, indem nur bestimmte Outputs von Naturgefahrenmodellen, nämlich die hohen Wiederkehrperioden inklusive zugehöriger pmls herangezogen werden. Beide Ansätze werden in den folgenden Abschnitten dargestellt und anhand von Beispieldaten verglichen.

3 Modellierung auf der Basis probabilistischer Naturgefahrenmodelle

Bei der Modellierung der Katastrophenschäden in Internen Modellen können wie bereits beschrieben verschiedene Methoden Anwendung finden. In diesem Abschnitt soll der Einsatz probabilistischer Naturgefahrenmodelle bei der Katastrophenschadenmodellierung dargestellt werden. Diese werden von verschiedenen Anbietern zur Verfügung gestellt.

Diese geophysikalisch-meteorologischen Modelle beruhen auf der „Nachbildung der sie verursachenden physikalischen Kräfte und deren versicherungstechnischen Auswirkungen“.¹¹ Auch können die Auswirkungen von Klimaveränderungen geeignet berücksichtigt werden. Grundlage ist die Auswertung möglichst vieler relevanter physikalischer Einflussgrößen wie Windgeschwindigkeit, geographische Ausrichtung der Sturmzonen, Windfelder, etc., mit dem Ziel der adäquaten Abbildung aller denkbaren Ereignisse. Ergebnisse der probabilistischen Naturgefahrenmodelle sind die sogenannten *Event Sets*, die als numerische Beschreibung der Ereignisse dienen. Die Anzahl der Event Sets unter-

¹¹ Siehe [Pfeifer 2000].

scheiden sich je nach Gefahr und Modellauflösung der einzelnen Anbieter. Mit Hilfe der Event Sets können lokale Intensitätsparameter, d.h. die numerische Beschreibung der lokalen Auswirkung des Ereignisses, berechnet werden. In einem weiteren Schritt werden für das Portefeuille des Versicherers in Abhängigkeit der lokalen Intensitätsparameter für jedes Element des Event Sets Schadenanfälligkeitsfunktionen¹² errechnet. Sie unterscheiden sich für die einzelnen Risikoarten wie Gebäude, Inhalt oder Betriebsunterbrechung und sind z.B. stark abhängig von der Bauart. Diese Berechnungen werden meistens durch Rückversicherer oder Makler durchgeführt, können von den Versicherern aber auch selbst erstellt werden. Dabei finden detaillierte Bestandsinformationen wie Risikoorte (z.B. Adress-¹³ oder Postleitzahlen-Basis), Risikoarten und Versicherungsbedingungen sowie Schadeninformationen Berücksichtigung. Outputs der Naturgefahrenmodelle sind in der Regel pml-Kurven und Wiederkehrperioden, die von den Rückversicherern zur Ermittlung der möglichen Entschädigungsleistungen (Recoveries) für deren Beitragskalkulation herangezogen werden und mit Hilfe derer Schadenverteilungen in Internen Modellen gefittet werden können.¹⁴

Ein weiterer Output dieser geophysikalisch-meteorologischen Modelle sind Event Loss Tables (ELT), ein synthetischer Katalog der modellierten Eventschäden¹⁵ bezogen auf eine Gefahr, ein spezielles Portefeuille und ggf. verschiedene Sparten (z.B. Sturm in der Verbundenen Gebäudeversicherung (VGV-Sturm), der Verbundenen Hausratversicherung (VHV-Sturm) oder der Allgemeinen Sturmsparte (ASTB)). Eine Event Loss Table besteht aus verschiedenen Events.¹⁶ Abbildung 2 stellt einen Teil des Outputs einer ELT für die Sturmsparten (Beispieldaten) dar.

Event-nummer	Frequenzparameter	Mittlerer Schaden	Standardabweichung	Exposurewert
...
17.980	0,00000221	38.356.270	27.022.031	9.210.798.292
17.295	0,00001687	38.167.747	26.977.425	7.894.969.965
17.853	0,00001646	37.025.203	26.350.968	8.913.675.766
17.368	0,00000392	36.776.847	26.281.579	8.870.752.769
18.001	0,00001261	36.227.882	25.276.448	8.127.174.963
17.463	0,00001151	35.988.900	25.456.216	9.059.801.599
17.891	0,00001650	35.791.078	25.319.642	9.224.327.305
17.851	0,00000524	35.291.528	25.137.023	12.560.179.489
17.982	0,00000184	35.231.846	24.804.156	9.661.676.530
17.406	0,00003356	35.007.636	17.228.653	8.840.103.294
17.985	0,00000046	34.891.374	24.596.462	9.641.786.132
18.004	0,00001485	34.859.180	24.256.934	7.675.665.243
17.893	0,00001171	34.752.674	24.663.413	12.470.617.780
18.006	0,00001539	34.630.376	24.146.792	9.528.412.026
17.462	0,00000430	34.405.417	24.352.597	7.988.781.079
17.645	0,00004261	34.335.089	7.222.209	10.633.160.763
17.975	0,00000079	34.305.860	24.103.868	7.894.969.965
17.386	0,00000113	34.255.982	24.262.113	12.799.293.564
17.887	0,00000695	34.000.040	23.842.394	9.339.685.958
17.984	0,00000346	33.574.772	23.679.793	10.392.415.990
17.981	0,00000042	33.151.588	23.267.874	7.859.333.501
17.983	0,00000015	32.930.112	23.175.486	8.747.473.765
...

Alle Angaben in €.

Abbildung 2: Auszug einer Event Loss Table für die Sturmsparten

¹² Schadenanfälligkeitsfunktionen sind Schadengradkurven, die eine analytische Beziehung zwischen einem Kumulereignis und dem auftretenden Schaden herstellen.

¹³ Liegen die Bestandsdaten auf Adressebene vor, kann der Bestand geocodiert werden, d.h. die Risiken können mit exakten geographischen Koordinaten versehen werden, was sicherlich ein deutlicher Vorteil zu der Postleitzahlen-Basis ist.

¹⁴ Siehe Abschnitt 4.

¹⁵ Die Begriffe Event und Ereignis werden in dieser Abhandlung synonym verwendet.

¹⁶ Die Anzahl der Events unterscheiden sich je Anbieter und Gefahr.

Die Eventnummer dient zur Identifizierung des Events und wird vom Anbieter festgelegt. Die Frequenzparameter geben die mittlere Frequenz eines Sturmereignisses an. Der mittlere Schaden stellt den durchschnittlichen Schaden für das spezifische Portefeuille des Versicherungsunternehmens resultierend aus diesem Ereignis dar. Ebenso wird die zugehörige Standardabweichung ausgewiesen. Der Exposurewert gibt das von dem jeweiligen Event gefährdete Exposure des Versicherungsunternehmens an, d.h. die exponierte Versicherungssumme, die somit den maximal möglichen Schaden für das jeweilige Event darstellt. Aus den ELTs können Überschreitungswahrscheinlichkeiten und Wiederkehrperioden abgeleitet werden. Die Ergebnisse der unterschiedlichen Modelle differieren in der Praxis stark. Von den Unternehmen sollten daher im Einzelfall spezielle Anpassungstests an die eigenen Bestände durchgeführt werden.¹⁷

In Internen Modellen kann mit Hilfe der ELT die Ereignismodellierung aufgesetzt werden, die wir im Folgenden am Beispiel der Sturm-Katastrophenschäden beschreiben werden. Sei n die Anzahl der Ereignisse der ELT.¹⁸ Im geophysikalischen Modell stellt jedes einzelne Szenario i , $1 \leq i \leq n$, ein kollektives Modell dar. Es wird angenommen, dass die Schadenhöhen Z_{ij} , $j \in \mathbb{N}$, jedes Szenarios identisch verteilt sind wie Z_i (vor Maximum¹⁹). Alle Zufallsvariablen (Ereignishöhen und Frequenzen) werden als unabhängig angenommen. Im Folgenden sollen diese Informationen für die Modellierung der Ereignisschäden im Internen Modell Verwendung finden.

Die Schadengrade X_{ij} (vor Maximum) – Schadenhöhe Z_{ij} eines Events dividiert durch den Exposurewert \max_i – folgen derselben Verteilung wie $X_i = \frac{Z_i}{\max_i}$, die in unserem

Modell einer Beta-Verteilung folgen. Zu jedem Ereignis i , $1 \leq i \leq n$, wird nun mittels Momentenfit eine Beta-Verteilung gefittet, wobei die mittlere Schadenhöhe m_i und die Standardabweichung σ_i aus den entsprechenden Einträgen der ELT geschätzt werden.²⁰ Erwartungswert und Standardabweichung der Zufallsvariablen X_i der Schadengrade berechnen sich demnach gemäß

$$E(X_i) = \frac{m_i}{\max_i} \quad \text{and} \quad \sqrt{\text{Var}(X_i)} = \frac{\sigma_i}{\max_i}.$$

Die Beta-Verteilung $Beta(\alpha_i, \beta_i)$ mit den positiv reellen Parametern α_i und β_i hat die Dichte

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha_i + \beta_i)}{\Gamma(\alpha_i)\Gamma(\beta_i)} (1-x)^{\beta_i-1} x^{\alpha_i-1}, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

¹⁷ Ein solcher Anpassungstest wird in Kapitel 4 (Abbildung 4) beschrieben.

¹⁸ Die Anzahl der Ereignisse der ELT entspricht der Anzahl ihrer Einträge.

¹⁹ Vor Maximum bedeutet, dass die Begrenzung des maximalen Schadens jedes Szenarios i durch *MAX_Sturm* an dieser Stelle noch nicht berücksichtigt wird (siehe unten).

²⁰ Hierdurch entsteht ein Parameterrisiko. Darüber hinaus existiert ein Modellrisiko. Es sollte mit dem Anbieter geklärt werden, ob diese beiden Risikoarten bereits in den geophysikalischen Modellen berücksichtigt wurden. Ist dies nicht der Fall, sollten sie zusätzlich modelliert werden. Die Darstellung der Modellierung dieser Risiken ist nicht Gegenstand dieser Abhandlung.

mit $\Gamma(y) = \int_0^{\infty} t^{y-1} e^{-t} dt$.

Für den Erwartungswert und die Varianz der Beta(α_i, β_i)-verteilten Zufallsvariable X_i gilt dann

$$(*) \quad E(X_i) = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i} \quad \text{und} \quad \text{Var}(X_i) = \frac{\alpha_i \beta_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2 (\alpha_i + \beta_i + 1)}.$$

Die Parameter α_i und β_i der Beta-Verteilung für die Schadengrade X_i ergeben sich folglich mittels

$$\alpha_i = \left[\frac{E(X_i)(1 - E(X_i))}{\text{Var}(X_i)} - 1 \right] E(X_i) \quad \text{und} \quad \beta_i = \left[\frac{E(X_i)(1 - E(X_i))}{\text{Var}(X_i)} - 1 \right] (1 - E(X_i)).$$

Somit haben wir die Verteilung der Schadengrade für jedes Ereignisse i bestimmt. Die Zufallsvariable Y_i der Ereignisschadenhöhen berechnet sich dann gemäß

$$(**) \quad Y_i = (\text{MINIMUM}(\text{MAX_Sturm}; Z_i),$$

mit $Z_i = \max_j X_j$ und $X_j \sim \text{Beta}(\alpha_j, \beta_j)$. Dabei bezeichne *MAX_Sturm* den durch ein Sturmereignis verursachten maximal möglichen Höchstschaden im Versicherungsportefeuille.

Unter der Annahme, dass die Frequenzen N_i , $1 \leq i \leq n$, einer Poisson-Verteilung mit Parameter λ_i folgen, lässt sich zeigen, dass die verschiedenen unabhängigen kollektiven Modelle der einzelnen Szenarien zu einem äquivalenten kollektiven Modell mit Poissonverteilter Frequenz mit Parameter λ führen.²¹

Den Parameter λ (der mittleren jährlichen Event-Frequenz) können wir aus der Summe der Frequenzparameter λ_i , $1 \leq i \leq n$, aller Eventnummern gewinnen

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

Wir haben unterstellt, dass die jährlichen Event-Frequenzen N einer Poisson-Verteilung mit Parameter λ folgen. Die Frequenzparameter λ_i können aus den entsprechenden Einträgen der ELT geschätzt werden.

Im Internen Modell kann pro Simulation wie folgt vorgegangen werden:²² Zunächst wird eine Realisation λ' der Poisson(λ)-Verteilung simuliert, d.h. in der betrachteten Simulation sollen sich λ' Sturmereignisse realisieren. In einem nächsten Schritt werden unter

²¹ Die einzelnen Schadenhöhenverteilungen des neuen kollektiven Modells sind Mischungen aus den gegebenen Schadenhöhenverteilungen. Siehe [Pfeifer 2004a], [Straßburger 2006] und [Hipp / Michel 1990].

²² Z.B. mittels Monte-Carlo Simulation

Berücksichtigung der Frequenzparameter λ_i der ELT genau λ' Eventnummern gezogen (Ziehen mit Zurücklegen). Sei M die Menge dieser Eventnummern $i_j, i \in \{1, \dots, n\}, j \in \mathbb{N}$, mit $|M| = \lambda'$. Wir benötigen den zweiten Index j , da in Abhängigkeit der Frequenz eine Eventnummer mehr als einmal gezogen werden kann. Für jedes i_j erzeugen wir mit Hilfe der Zufallsvariablen Y_i unabhängige Stichproben y_{ij} für die Ereignisschadenhöhe (siehe oben).

Der simulierte Sturm-Jahresschaden a setzt sich in dieser Simulation folglich aus λ' Ereignissen zusammen, d.h. es gilt

$$a = \sum_{i_j \in M} y_{ij}.$$

Mittels Monte-Carlo Simulationen erzeugen wir nun 100.000 oder mehr unabhängige Realisationen aus dem zugrunde liegenden Modell, um die empirische Verteilung des Jahressturmschadens A zu bestimmen (die Anzahl der notwendigen Simulationen hängt dabei von den Parametern ab). Abbildung 3 stellt die so erzeugte Verteilung von A dar.

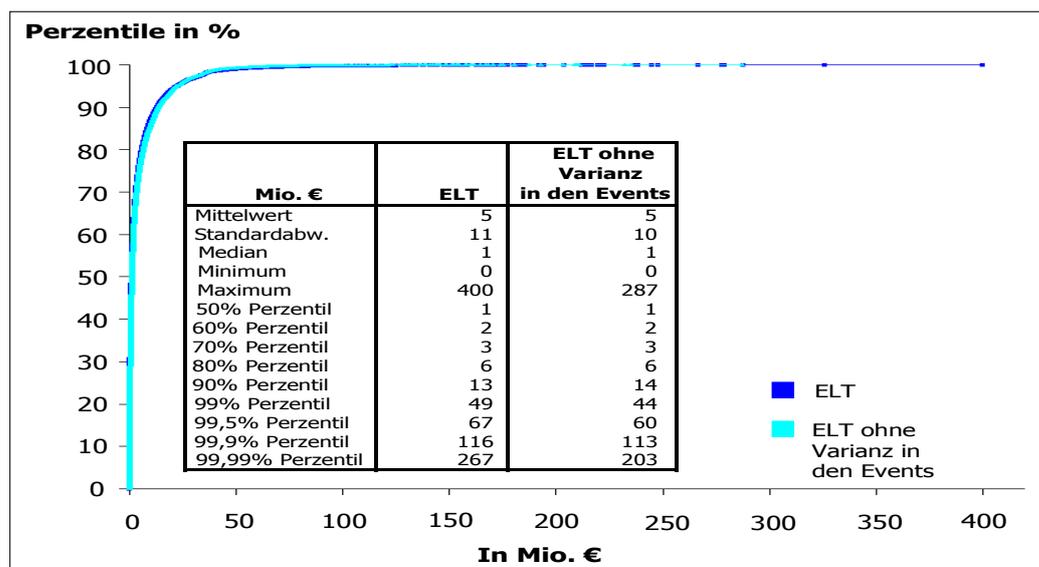


Abbildung 3: Verteilung des Jahresschadens mit und ohne Varianz in den Ereignissen

Abbildung 3 zeigt, dass es nicht angemessen ist, auf die Modellierung der Schwankung der Ereignisschadenhöhen zu verzichten. Dies wird durch die hellblaue Verteilung deutlich, bei der den einzelnen Events der ELT keine Varianz unterstellt wurde, so dass hier unter der oben beschriebenen Modellierung die Einbeziehung der Beta-Verteilung entfällt. In (***) wird demnach die Zufallsvariable Z_i durch m_i ersetzt. Der Tabelle in Abbildung 3 ist zu entnehmen, dass im Bereich der unteren und mittleren Perzentile keine großen Abweichungen festgestellt werden können. Allerdings sind bei den sehr hohen Perzentilen (siehe u. a. die Maxima) deutliche Abweichungen zu erkennen, was bei der Bestimmung des Risikokapitalbedarfs nennenswerte Auswirkungen haben kann.²³

²³ Siehe hierzu auch Abbildung 6.

Sollen mehrere Sparten modelliert werden (z.B. VGV-Sturm, Allgemeine Sturm, Extended Coverage Sturm, Betriebsunterbrechung Sturm, etc.), so können ELTs bei ausreichender Datenlage für die einzelnen Sparten generiert werden. Bei der Modellierung mehrerer Sparten mittels ELTs bieten sich zwei Varianten an: Zum einen können die Einträge der Sparten-ELTs in einem ersten Schritt pro Eventnummer aggregiert werden, wobei die Standardabweichungen z.B. unter der Annahme geeigneter Korrelationen zusammengefasst werden können. In einem zweiten Schritt wird dann das Gesamtereignis simuliert, das in einem dritten Schritt je nach Anteil des Erwartungswertes der Sparte am Gesamterwartungswert wieder auf die zugrunde liegenden Sparten aufgeteilt wird. Eine zweite Möglichkeit besteht in der separaten Modellierung der einzelnen Sparten und der anschließenden Aggregation pro Eventnummer. Auch hier sind geeignete Abhängigkeiten zwischen den Ereignisschadenhöhen vorzugeben. Für unseren Beispielbestand wurden diese beiden Methoden zwecks Modellierung der Sparten VGV und ASTB angewandt. Beide Methoden führten hierbei zu nahezu gleichen Ergebnissen.

4 Mathematisch-Statistische Modelle zur Modellierung der Katastrophenschäden

Bei den mathematisch-statistischen Modellen werden Schadenhöhen- und Schadenhäufigkeitsverteilungen auf der Basis eigener historischer Daten angepasst, die um die pmls der Ereignisse mit den hohen Wiederkehrperioden, in denen noch keine Schadenerfahrung vorliegt, ergänzt werden. Bei diesem Modellierungsansatz werden demnach nur die Wiederkehrperioden und die zugehörigen pmls für das Versicherungsunternehmen, nicht aber vollständige ELTs, als Outputs der Naturgefahrenmodelle herangezogen.

Dabei sollten die historischen Daten des Unternehmens über einen möglichst langen Zeitraum vorliegen, wobei die Schadenhöhen mit geeigneten Indizes (z.B. dem Baukostenindex) auf die zukünftigen (im System abzubildenden) Jahre hochzurechnen sind. Auch sollten Portfeuilleveränderungen adäquat berücksichtigt werden (z.B. Einführung von Selbstbehalten). Um eine Unabhängigkeit von der Bestandsgröße zu erlangen, werden Durchschnittsschäden und Betroffenheitsgrade betrachtet.²⁴ Zur Ermittlung geeigneter Verteilungstypen und deren Parametrisierung reicht die historische Schadenerfahrung der Versicherer in der Regel nicht aus, da auch seltene Wiederkehrperioden (z.B. die 100-, 200-, 250-, 500-, 1.000-, 10.000-Jahresereignisse, etc.) adäquat abgebildet werden müssen, die den Tail der Schadenverteilung bestimmen und somit für den Risikokapitalbedarf des Unternehmens eine wesentliche Rolle spielen. Würde man demnach nur die Vergangenheitswerte für die Projektionen heranziehen, würde die zukünftige mögliche Schadenentwicklung nur in unzureichendem Maße abgebildet werden und somit der tatsächliche Risikokapitalbedarf des Unternehmens deutlich unterschätzt.

So werden die unternehmensindividuellen Schadendaten um die pmls der hohen Wiederkehrperioden aus den Naturgefahrenmodellen ergänzt. Im Zusammenspiel der internen mit den externen Daten sollte evaluiert werden, ob die externen Daten zu den internen

²⁴Zur Anpassung der historischen Schadendaten auf den aktuellen Bestand besteht ggf. auch die Möglichkeit, Naturgefahrenmodelle heranzuziehen, die die jeweiligen historischen Stürme nachbilden und unter Berücksichtigung des aktuellen Bestandes auswerten. Diese Informationen werden häufig von Rückversicherern oder Maklern zur Verfügung gestellt.

passen oder ob ggf. zu hohe oder zu niedrige Werte für den Tail-Bereich der Katastrophenschadenverteilung ausgewiesen werden. Hierdurch kann der Problematik begegnet werden, dass die Ergebnisse verschiedener Studien, die von unterschiedlichen Rückversicherern oder Maklern für die gleiche Gefahr und den gleichen versicherten Bestand bereitgestellt wurden, teilweise deutliche Abweichungen aufzeigen.

Mit Hilfe der (historischen) internen und externen Daten können dann geeignete Schadenhöhen- und Schadenhäufigkeitsverteilungen bestimmt werden. Dabei dienen die externen Daten dazu, den (nicht adäquat aus historischen Daten zu generierenden) Tail-Bereich der Katastrophenschadenverteilung anzupassen (z.B. mittels Angabe der 100-, 200-, 250-, 500-Jahresereignisse, etc., auf Basis der aktuellen Bestandszusammensetzung der Versicherer). So werden im Vorfeld mehrere Verteilungen gefittet, indem die Parameter mittels Maximum-Likelihood-Methode geschätzt werden.²⁵ Aus diesen Verteilungen können dann mittels statistischer Testverfahren die am besten passende ausgewählt werden.²⁶ Dabei sollte großer Wert auf die hohen Wiederkehrperioden gelegt werden, da diese sowohl für die Bestimmung des Risikokapitals als auch im Rahmen der strategischen Steuerung, z.B. für die Ermittlung des geeigneten Rückversicherungsschutzes, von erheblicher Bedeutung sind. So sollten die auf diese Weise für die aktuelle Bestandszusammensetzung ermittelten Schadenverteilungen einer fortlaufenden Kontrolle unterliegen und bei sich ändernden Rahmenbedingungen unmittelbar angepasst werden.

Der Ansatz der Katastrophenmodellierung auf Basis historischer Daten wird häufig dahingehend kritisiert, dass die historische Schadenentwicklung keine ausreichende Grundlage für die Schätzung seltener Wiederkehrperioden sei. Allerdings gilt dieser Einwand ebenso für die geophysikalischen Modelle, denn die dort verwendeten Parameter leiten sich ebenfalls aus der Historie ab. So schreibt Pohlhausen: „Die Zukunft aus der Vergangenheit ableiten zu wollen, ist ein keineswegs unproblematisches Unterfangen. Dennoch ist es eine sinnvolle Tätigkeit. Eine andere Möglichkeit, sich der Ungewissheit der Zukunft zu nähern, gibt es nicht.“²⁷

Im Folgenden soll die hier beschriebene Vorgehensweise der Modellierung von Katastrophenereignissen mittels mathematisch-statistischer Modelle wieder am Beispiel des Ereignisses Sturm dargestellt werden. Für den hier vorgestellten Modellierungsvorschlag verwenden wir folgende Bezeichnungen:

- *AnzR*: Anzahl der versicherten Risiken,
- *BG*: Zufallsvariable des Betroffenheitsgrades pro Ereignis (Anzahl der von dem Ereignis betroffenen Risiken in % der Anzahl der versicherten Risiken),
- *MAX_BG*: Maximum des Betroffenheitsgrades = 100%,
- *DS*: Zufallsvariable der Durchschnittsschadenhöhe eines einzelnen Schadens pro Ereignis, d.h. die Schadenhöhe eines Ereignisses dividiert durch die Anzahl der von diesem Ereignis betroffenen Risiken,

²⁵ Hierbei entsteht ein Parameterrisiko, das zusätzlich berücksichtigt werden muss. Ein Beispiel zur Modellierung des Parameterrisikos kann in [Diers 2007c] nachgelesen werden.

²⁶ Als wesentliche quantitative Testverfahren seien z.B. der χ^2 -Test, der Kolmogorov-Smirnov oder der Anderson-Darling-Test genannt. Neben den quantitativen Testverfahren sollten auch qualitative bzw. intuitivere Methoden wie der Mean-Excess-Plot, der Hill-Plot, der P-P-Plot bzw. der Q-Q-Plot Anwendung finden.

²⁷ Siehe [Pohlhausen 1999].

- λ : Erwartungswert der Anzahl der Schadenereignisse im zu modellierenden Jahr,
- MAX_Sturm : maximaler Schaden, der durch ein Sturmereignis verursacht werden kann.

Die Zufallsvariable SH für die Schadenhöhenverteilung eines Sturmereignisses berechnet sich gemäß

$$SH = Accept (AnzR \cdot BG \cdot DS; \text{Bedingung} \leq MAX_Sturm),$$

mit der Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen BG :

$$F_{BG}(x) = \frac{1}{F_X(MAX_BG)} F_X(x), \text{ für } x \leq MAX_BG, \text{ und } F_{BG}(x) = 1, \text{ sonst.}$$

Die Accept-Funktion bewirkt hier, dass in jedem Fall, in dem eine Schadenhöhe simuliert wird, die oberhalb von MAX_Sturm liegt, so lange neu simuliert wird, bis alle Ergebnisse unterhalb von MAX_Sturm liegen.²⁸ In unserem Internen Modell sind noch die Verteilungen für die Zufallsvariablen X (Betroffenheitsgrad vor Maximum) und DS vorzugeben, die gemäß der oben beschriebenen Vorgehensweise durch eine geeignete Anpassung an die historischen und die externen Daten ermittelt werden können.²⁹

Im nächsten Schritt soll der Sturm-Jahresschaden A modelliert werden. Gemäß dem kollektiven Modell kann die Zufallsvariable A als die Summe unabhängiger und identisch verteilter Ereignisschadenhöhen SH_i dargestellt werden, die als unabhängig von der Zufallsvariable der Eventfrequenz N angenommen werden:

$$A = \sum_{i=1}^N SH_i$$

Wir nehmen an, N folge einer Poisson-Verteilung mit Parameter λ , der aus historischen Daten geschätzt werden kann. Mittels Monte-Carlo Simulationen kann nun eine große Anzahl von Realisationen aus dem Modell erzeugt werden, um die empirische Verteilung des Sturm-Jahresschadens zu erzeugen.

Dieser Modellierungsansatz unter Verwendung der Zufallsvariablen des Betroffenheitsgrades und der Durchschnittsschadenhöhe eignet sich im Rahmen der strategischen wertorientierten Unternehmenssteuerung z.B. zur Quantifizierung der Auswirkungen von Bestandswachstum oder Bestands schrumpfung auf die Rendite- und Risikoposition des Un-

²⁸ Die Nutzung der Accept-Funktion stellt eine Möglichkeit zur Kappung der Schadenhöhen dar, die allerdings nur in den Fällen anwendbar ist, in denen Verteilungen ausgewählt wurden, bei denen nur eine geringe Anzahl von Simulationen oberhalb der Bedingung liegt. Ist dies nicht der Fall sollte die ausgewählte Verteilung auf ihre Angemessenheit geprüft werden. Ein alternativer Ansatz besteht in der Kappung durch Einbeziehung der Minimum-Funktion: $SH = \min(AnzR \cdot BG \cdot DS; MAX_Sturm)$. Beide Ansätze führen allerdings zu unterschiedlichen Effekten.

²⁹ Betroffenheitsgrade und Durchschnittsschadenhöhen sind gemäß den Annahmen des kollektiven Modells unabhängig. Ob diese Annahmen in der Praxis erfüllt sind, ist zu überprüfen. Wir nutzen diesen Modellierungsansatz, da er erlaubt, das Modell für die Unterstützung strategischer Management-Entscheidungen nutzen zu können.

ternehmens, indem die Parameter $AnzR$ und MAX_Sturm geeignet angepasst werden können. Voraussetzung ist an dieser Stelle, dass das Portfeuillewachstum durch die Zeichnung neuer Risiken mit ähnlichen Durchschnittsschäden und Betroffenheitsgraden wie im vorhandenen Bestand entsteht.³⁰ Es ist dringend erforderlich, die Anpassung dieser Verteilung an die historisch beobachteten Sturm-Jahresschäden und die extern zur Verfügung gestellten pmls der Jahresschäden zu überprüfen. Zusätzlich ist es sinnvoll, die Verteilung der Ereignisschadenhöhe SH mit den oben beschriebenen statistischen Methoden zu bestimmen und die Ergebnisse zwecks Validierung zu vergleichen.

Die endgültige Entscheidung, ob die Verteilungsannahmen adäquat sind und die Beurteilung, ob z.B. die Poisson- oder die Negative Binomial-Verteilung die geeignete Verteilung für die Schadenanzahl darstellt, sollte an dieser Stelle erfolgen.³¹

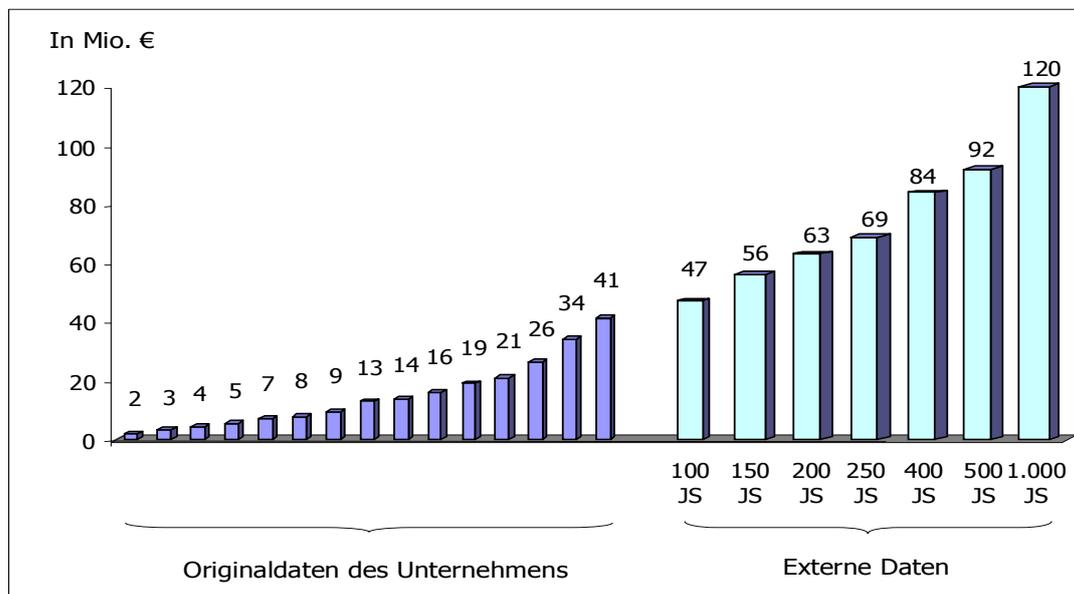


Abbildung 4a: Historische Daten der Sturm-Jahresschäden (JS) des Unternehmens und externe Daten zu hohen Wiederkehrperioden

Abbildung 4b zeigt die nach diesem Verfahren erzeugte Verteilung des Sturm-Jahresschadens im Vergleich mit den Originaldaten (historisch und extern) der hier modellierten Sturmarten.

³⁰ Diese Berechnungen können in einem zweiten Schritt durch die Modellierung mittels der Naturgefahrenmodelle plausibilisiert werden.

³¹ An dieser Stelle soll auf [Rosemeyer / Klawa 2006] verwiesen werden, die die Anzahl der Stürme in Deutschland von 1970-1997 untersucht und die Negative Binomial-Verteilung als die geeignetere Verteilung identifiziert haben.

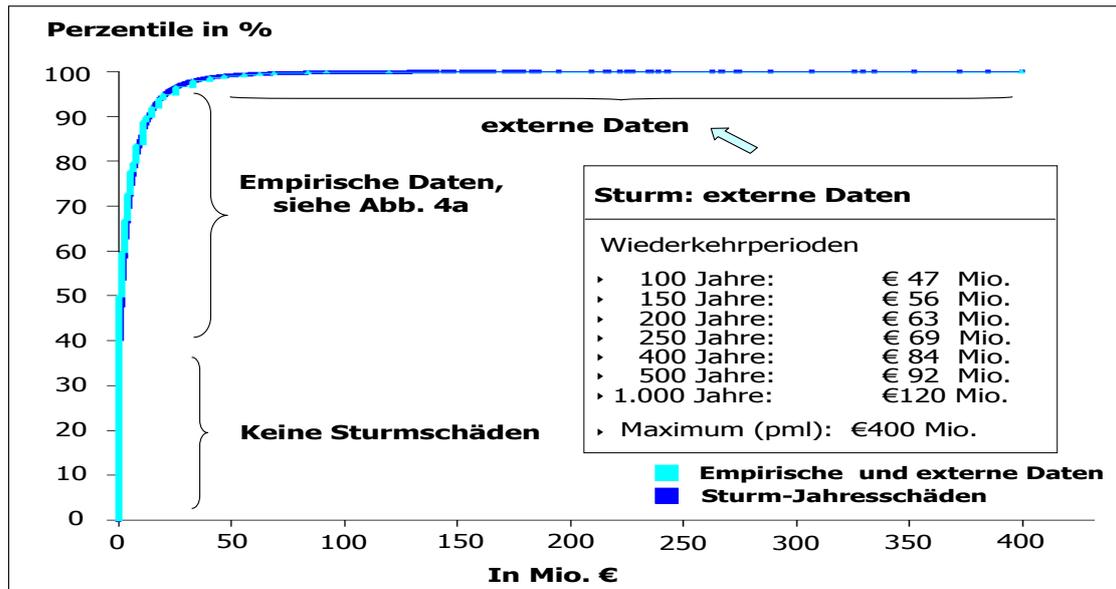


Abbildung 4b: Verteilung der Sturm-Jahresschäden vs. empirische Verteilung (interne und externe Daten)

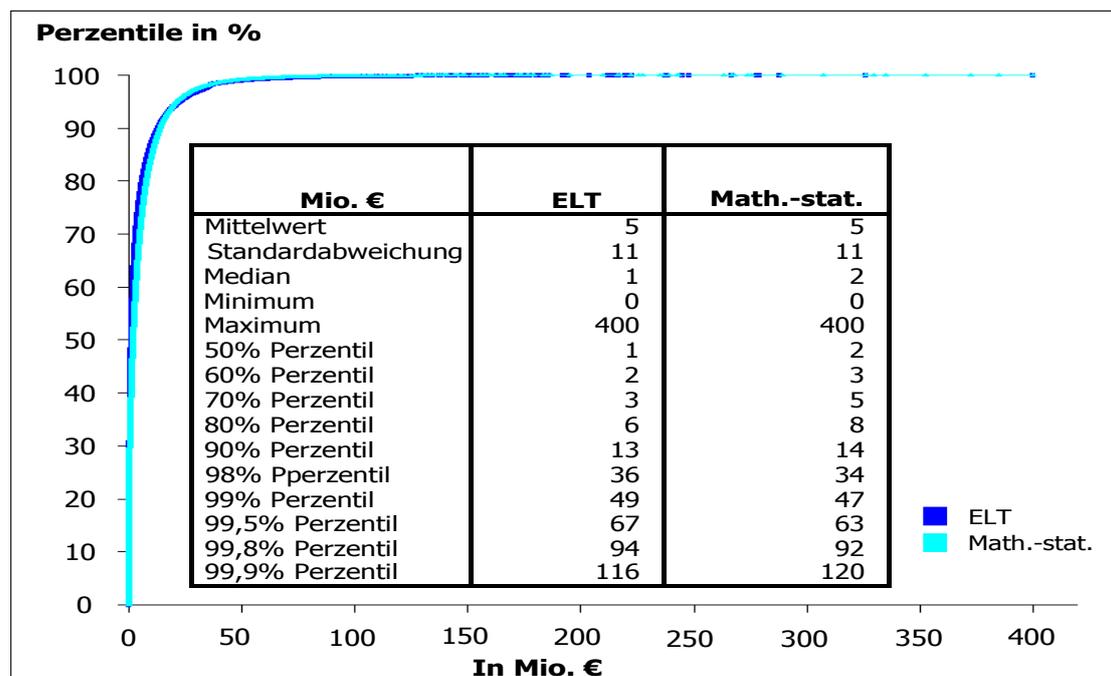


Abbildung 5: Verteilung der Sturm-Jahresschäden gemäß mathematisch-statistischer Modellierung (grau) vs. Modellierung auf Basis von Naturgefahrenmodellen (schwarz)

Abbildung 5 stellt die Verteilung der Sturm-Jahresschäden (hellblau) dar. Zum Vergleich wurde die in Abschnitt 3 auf der Basis von Naturgefahrenmodellen ermittelte Verteilung (blau) in die Abbildung aufgenommen. Die Verteilungen haben einen sehr ähnlichen Verlauf, was für die unteren Perzentile bedeutet, dass die eingesetzten ELTs gut zu unserer bisherigen Schadenerfahrung passen. Die Übereinstimmung im Bereich der oberen Perzentile (ab dem 99%-Perzentil) resultiert aus der Tatsache, dass wir die hohen Wiederkehrperioden für die mathematisch-statistische Verteilungsanpassung aus den ELTs abgeleitet haben. Die Verteilungsanpassung in Abbildung 4 zeigt, dass die hohen Wiederkehrperioden gut zu der bisherigen Schadenerfahrung passen. In der Realität liegen den Versi-

cherern verschiedene Quellen für die hohen Wiederkehrperioden vor (Rückversicherer, Makler, externe Anbieter von Event Sets, etc.), deren Ergebnisse sich oft deutlich unterscheiden. Hier kann ein Vergleich mit den historischen Daten in der Regel weiterhelfen.

Für die Modellierung bestimmter Rückversicherungsverträge wie z.B. von *Frequenz-Deckungen* wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung der durch die Sturmereignisse verursachten Schadenanzahl benötigt.

Die Zufallsvariable *Schadenanzahl je Ereignis* $SA_{nz}E_i$ kann wie folgt berechnet werden

$$SA_{nz}E_i = AnzR \cdot BG_i.$$

Die in dem betrachteten Jahr durch Sturmereignisse verursachte Schadenanzahl berechnet sich im Simulationstool, indem pro Simulation eine Anzahl von Sturmereignissen erzeugt wird und pro Sturmereignis voneinander unabhängige Betroffenheitsgrade BG_i simuliert werden, die dann mit der *Anzahl der versicherten Risiken* $AnzR$ zu multiplizieren sind.

In dem hier dargestellten Modellierungsansatz wurde das Schadenpotential nicht – wie bei der Nicht-Katastrophenschadenmodellierung – üblich³² pro Sparte, sondern als Ereignis modelliert, das im Anschluss auf die betroffenen Sparten zu verteilen ist. Die Verteilung kann nach festen Schlüsseln vorgenommen werden, die sich z.B. aus der Historie und den externen Informationen (von Rückversicherern, Maklern, den nationalen Versicherungsverbänden, etc.) ableiten lassen. Dabei sollten auch Besonderheiten der individuellen Bestandszusammensetzung Berücksichtigung finden. So könnte beispielsweise bei stärkeren Sturmereignissen der Anteil der Schäden in gewissen Sparten (z.B. in Industriesparten aufgrund höherer Versicherungssummen / pmls) im Bezug auf die anderen Sparten deutlich höher liegen als bei kleineren Ereignissen.³³ In diesen Fällen sollte die prozentuale Aufteilung der Ereignisschäden auf die betroffenen Sparten nicht fix, sondern – in Abhängigkeit der Höhe der Ereignisschäden – dynamisch erfolgen. Durch die Modellierung der Katastrophenschäden entstehen funktionale Abhängigkeiten zwischen den betroffenen Sparten.³⁴

Ein weiterer Aspekt, der bei der Modellierung der Ereignisschäden beachtet werden sollte, ist die Erweiterung der Simulationsdaten um die Information, zu welchem Zeitpunkt das Ereignis stattfindet. Diese Information ist relevant für die adäquate Ermittlung der Cashflows. Ein Ereignis, das früh im Jahr auftritt, wird zum großen Teil in demselben Jahr reguliert werden und somit zu anderen Cashflows führen als ein Ereignis, das gegen Ende des Jahres auftritt und bei dem folglich ein großer Teil der Zahlungen auf das Folgejahr entfallen wird. Vor diesem Hintergrund ist es sinnvoll, die Modellierung um die Simulation eines Kennzeichens zu erweitern, das angibt, ob das Ereignis im ersten oder im zweiten Halbjahr stattfindet.

³² Zur Basis- und Großschadenmodellierung in Internen Modellen siehe z.B. [Diers 2007a].

³³ Diese Annahme muss allerdings begründbar sein (z.B. aus der Historie abgeleitet).

³⁴ Darüber hinaus sollten Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Katastrophengefahren abgebildet werden. Die Modellierung der Abhängigkeiten im Internen Unternehmensmodell nimmt eine zentrale Rolle bei der Schadenmodellierung ein, siehe hierzu [Diers 2007a].

Dabei kann wie folgt vorgegangen werden: Zunächst ist auf Basis historischer Daten, die wieder um externe Informationen (meteorologische Daten, Daten von Rückversicherern, Maklern) zu ergänzen sind, die Wahrscheinlichkeit p eines Sturmereignisses zu ermitteln, im ersten Halbjahr aufzutreten.

Daraus ergibt sich dann der folgende Gewichtungs-Vektor

$$\text{Gewicht (1. Halbjahr; 2. Halbjahr)} = (p; 1-p),$$

mit dessen Hilfe je Ereignis simuliert werden kann, ob es im ersten oder zweiten Halbjahr anfällt.

Da den Katastrophenschäden bei der Unternehmenssteuerung aufgrund der hohen Risikoexponierung eine erhebliche Bedeutung zukommt, sollte ihre adäquate Modellierung in Internen Modellen sichergestellt werden. In diesem Zusammenhang bietet es sich an, die Modellierung auf Basis der ELTs aus den Naturgefahrenmodellen mittels der mathematisch-statistischen Modellierung zu validieren, um so die pmls der hohen Wiederkehrperioden aber auch die Eignung der ELTs zur Modellierung der kürzeren Wiederkehrperioden unter Hinzuziehung der eigenen historischen Daten zu überprüfen.

Im Folgenden sollen die Vor- und Nachteile der in den Abschnitten 3 und 4 dargestellten Methoden dargestellt werden.

- Bei der Modellierung auf Basis mathematisch-statistischer Modelle gehen alle historischen Ereignisse in die Modellierung ein. So ist eine Plausibilisierung der hohen pmls möglich, da diese zu den historischen Schäden „passen“ müssen (siehe Abbildung 4b). Somit ist die Basis für eine gute Akzeptanz der Modellierung beim Management gegeben, da die Ergebnisse gut vermittelbar und nachvollziehbar sind.
- Vor diesem Hintergrund können und sollten mathematisch-statistische Modelle auch zur Plausibilisierung von ELTs herangezogen werden.
- Mathematisch-statistische Modelle haben den weiteren Vorteil, dass die Modellierung auf Basis von Schadengradverteilungen und Durchschnittsschäden erfolgt, so dass die Auswirkungen von Unternehmensstrategien wie z.B. das Wachstum in einzelnen Sparten, der Rückzug aus bestimmten Geschäftsverbindungen oder die flächendeckende Einführung von Selbsthalten auf den Risikokapitalbedarf des Gesamtunternehmens quantifiziert werden können. Dies ist mit der Modellierung auf Basis von ELTs nicht ohne weiteres möglich, da sie nur die Wirkung der einzelnen Katastrophenereignisse auf den aktuellen Bestand widerspiegeln, so dass die dargestellten Unternehmensstrategien bzw. allgemeiner Strategien, die das Brutto-Geschäft (vor Rückversicherung) betreffen, nicht problemlos abgebildet werden können.
- Allerdings bietet die Modellierung auf der Basis von ELTs den entscheidenden Vorteil, dass die konkreten Events der Naturgefahrenmodelle in die Modellierung eingehen, während die Ereignisse bei den mathematisch-statistischen Modellen durch eine Verteilungsanpassung modelliert werden. Obwohl beide Ansätze in diesem Beispiel auf eine sehr ähnlich verlaufene Jahresschadenverteilung führen (siehe Abbildung 5), können sich die Ereignisanzahlen und Ereignishöhen der einzelnen Simulationen nennenswert unterscheiden. Diese Tatsache ist im Rahmen der Unternehmenssteuerung und der Risikokapitalbestimmung auf Bruttoebene unbedeutend, da hier nur die Jahresschäden von Relevanz sind. Bei der Ermittlung der Jahresschadenverteilungen nach

Rückversicherung können sich allerdings deutliche Unterschiede ergeben, wenn Excess of Loss-Verträge auf Ereignisbasis einbezogen werden, deren Wirkung von der Ausprägung der einzelnen Ereignisse abhängt. Somit kann sich für die Zwecke der Rückversicherungsberechnung bzw. „-optimierung“ die Modellierung mittels mathematisch-statistischer Modelle als zu grob erweisen, was dazu führt, dass ggf. beide Modellierungsvarianten für unterschiedliche Fragestellungen im Rahmen der Unternehmenssteuerung eingesetzt werden sollten. Dies ist vor allem dann uneingeschränkt möglich, wenn die unterschiedlichen Modellierungsansätze zu so ähnlichen Ergebnissen führen wie in diesem Beispiel (siehe Abbildung 5).

5 Risikokapitalberechnung und Ausblick

Da die aus Naturkatastrophen resultierten Schäden ein sehr hohes Ausmaß annehmen können, binden sie in der Regel einen nicht unwesentlichen Teil des gesamten Risikokapitals, weshalb bei ihrer Modellierung mit großer Genauigkeit vorgegangen werden sollte.

Im Folgenden soll die Wirkung der hier vorgestellten verschiedenen Modellierungsansätze der Sturmsparten auf den Risikokapitalbedarf erörtert werden. Zur Bestimmung des Risikokapitalbedarfs ziehen wir als Risikomaß den Tail-Value-at-Risk zum Sicherheitsniveau $1-\alpha = 0,998$ heran.³⁵ Der Tail-Value-at-Risk einer reellen Zufallsvariable des Verlustes L

$$\text{TVaR}_\alpha(L) = E[L \mid L \geq \text{VaR}_\alpha(L)]$$

ist definiert als der erwartete Verlust der $\alpha \cdot 100\%$ schlechtesten Fälle, $\alpha \in (0,1)$.

Wir definieren das Risikokapital in Bezug auf die Zufallsvariable der Abweichung der Sturm-Jahresschadens A vom Erwartungswert $E(A)$:

$$L = A - E(A).$$

Abbildung 6 zeigt den mittels des Tail-Value-at-Risk zum Sicherheitsniveau 99,8% ermittelten Risikokapitalbedarf, der für die in den Abschnitten 3 und 4 dargestellten Modellierungsalternativen 135 Mio. € bzw. 139 Mio.€ beträgt. An dieser Stelle soll noch einmal darauf hingewiesen werden, dass der gleiche Risikokapitalbedarf der beiden Modellierungsvarianten daraus resultiert, dass für die Extremereignisse der Modellierung auf Basis mathematisch-statistischer Modelle die pmls aus der ELT benutzt wurden, die für die ELT-Modellierung herangezogen wurde. Mittels mathematisch-statistischer Modellierung kann demnach eine Plausibilisierung der ELTs durchgeführt werden, da hierbei überprüft wird, ob der durch die hohen pmls generierte Tail der Verteilung zum Rest der Verteilung, der auf der historischen Schadenerfahrung beruht, passt.

Vernachlässigt man die Schwankung der einzelnen Events der ELT, so wird ein deutlich niedrigerer Risikokapitalbedarf von 116 Mio. € ausgewiesen, was die Notwendigkeit der Berücksichtigung dieser Schwankungen unterstreicht.

³⁵ In einigen wissenschaftlichen Veröffentlichungen wird der Tail-Value-at-Risk kritisiert, siehe z.B. [Pfeifer 2004b], [Rootzén / Klüppelberg 1999], [McNeil / Embrechts / Frey 2005]. Eine tiefergehende Diskussion über den Nutzen von Risikomaßen ist notwendig, geht aber über den Rahmen dieses Aufsatzes hinaus.

Im Rahmen der Unternehmenssteuerung werden häufig in Sparten mit sehr hohem Risikokapitalbedarf Alternativen zur Risikosenkung, wenn möglich unter gleichzeitiger Renditesteigerung, diskutiert, z.B. wenn das zur Verfügung stehende Kapital überschritten wird oder wenn die Rendite weiter gesteigert werden soll. Einen wichtigen Stellhebel stellt hierbei die adäquate Gestaltung des Rückversicherungsschutzes dar. Im Fall der Sturmrisiken sind weitere Konzepte denkbar, wie z.B. die Einführung von Selbstbehalten. Da Sturmereignisse durch eine große Anzahl von Schäden mit eher niedrigem Durchschnittschaden charakterisiert sind, zeigen hier bereits kleine Selbstbehalte eine große Wirkung. Abbildung 6 stellt den Risikokapitalbedarf nach einer flächendeckenden Einführung von Selbstbehalten in unserem Beispielbestand dar. Dabei wurden eher geringe Selbstbehalte von 250 € und 500 € angenommen, da sonst – aufgrund der in der Regel fehlenden Kundenakzeptanz von höheren Selbstbehalten – der unerwünschte Verlust von Kundenbeziehungen im Kauf genommen werden müsste.

Die in Abschnitt 3 dargestellte Modellierung auf Basis mathematisch-statistischer Modelle wurde auf diese veränderten Bedingungen angepasst, indem die Selbstbehalte exakt auf die historischen Einzelschäden mittels „as if-Berechnungen“ angerechnet wurden. Die Schadenentlastung der höheren Wiederkehrperioden wurde ebenfalls näherungsweise aus den „as if-Berechnungen“ übertragen. Im Falle der Modellierung mittels ELTs müssen die einzelnen Events auf die veränderten Selbstbehalte angepasst werden, worauf hier verzichtet wurde, da diese Vorgehensweise nur möglich ist, wenn ein direkter Zugriff auf die Naturgefahrenmodelle vorliegt. Bei Selbstbehalten von 250 € sinkt der Risikokapitalbedarf bereits um ca. 24%, im Falle der Selbstbehalte von 500 € ist eine deutliche Absenkung um ca. 45% zu verzeichnen, was die positive Wirkung von Selbstbehalten im Bereich der Katastrophenschäden auf die Risikosituation des Unternehmens bestätigt. Allerdings hängt die erfolgreiche Einführung von Selbstbehalten wie bereits beschrieben stark von der Kundenakzeptanz ab, so dass hier wie generell bei strategischen Entscheidungen die vertriebliche Seite nicht zu vernachlässigen ist.

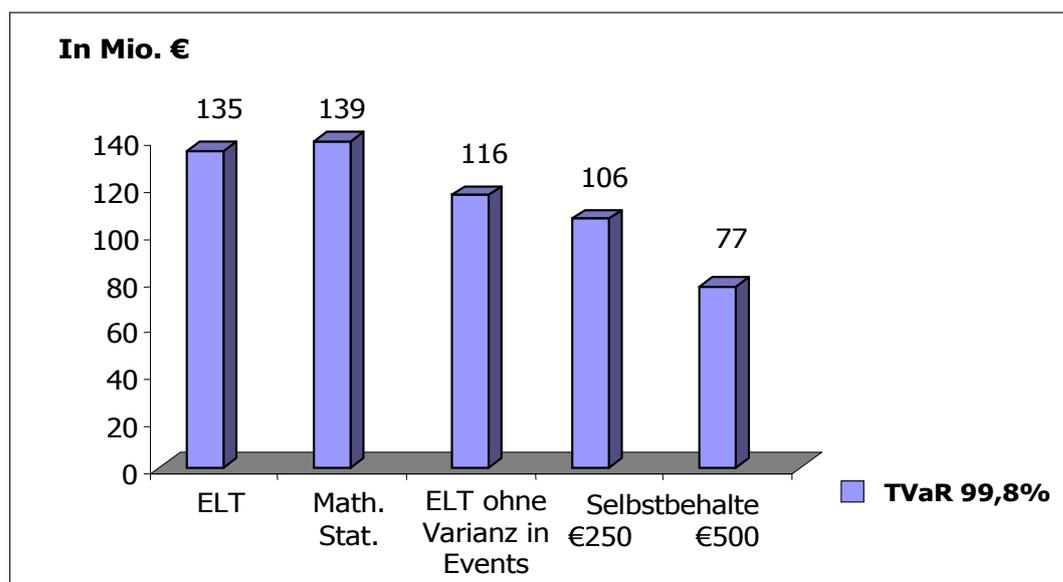


Abbildung 6: Tail-Value-at-Risk zum Sicherheitsniveau 99,8% der Sturm-Jahresschäden

Zusammenfassend bleibt zu konstatieren, dass gerade die adäquate Katastrophenmodellierung in Internen Modellen von großer Wichtigkeit ist, um Interne Modelle zur fundierten Entscheidungsunterstützung von Unternehmensstrategien heranziehen zu können. Im

Rahmen der Modellierung mittels mathematisch-statistischer Modelle kann die Angemessenheit der pmls mit den hohen Wiederkehrperioden mittels der historischen Daten überprüft werden. Führt die Modellierung mittels Naturgefahrenmodelle (ELT) und mathematisch-statistischer Modelle auf ähnliche Ergebnisse, kann von einer Adäquanz der ersteren ausgegangen werden. Letztere haben im Rahmen der strategischen Unternehmenssteuerung allerdings den entscheidenden Vorteil, dass verschiedene Brutto-Strategien wie Portfoliowachstum oder -schrumpfung oder die Einführung von Selbstbehalten direkt modelliert werden können. Die Wirkung von Rückversicherungsverträgen oder alternativer Rückversicherungsstrategien (z.B. Kumul-XLs) kann dagegen mit beiden Ansätzen problemlos getestet werden. Allerdings führt die ELT-Modellierung hier in der Regel zu besseren, für das Unternehmen adäquateren Ergebnissen, da alle Events der ELT explizit in die Modellierung eingehen. Demnach sollten Unternehmen in Zukunft eigene Naturgefahrenmodelle nutzen, die es ihnen erlauben, die entsprechenden Parameter zu verändern, um die Auswirkung von Strategieentscheidungen zu testen.

Durch die unternehmensindividuelle Modellierung erhalten die Unternehmen mittels Interner Modelle eine Verteilung der Ergebnisse und ein risikoorientiertes Risikokapital, auf deren Basis wichtige Steuerungskennzahlen wie der Return on Risk Adjusted Capital, der Economic Value Added, etc. definiert werden können. Die hier dargestellte Modellierung stellt einen wichtigen Schritt bei der Unterstützung des Managements im Rahmen einer umfassenden wert- und risikoorientierten Unternehmenssteuerung dar, die zu einer dauerhaften Steigerung des Unternehmenswertes führen und zudem eine fundierte Unterstützung im Rahmen des Risikomanagements leisten kann.

6 Literatur

- [Allianz / WWF 2006] Allianz Group and World Wildlife Fund (2006): Climate Change and Insurance: An Agenda for Action in the United States, October 2006, [Download: http://www.allianz.com/Az_Cnt/az/_any/cma/contents/1260000/saObj_1260038_allianz_Climate_US_2006_e.pdf, 11.08.2007]
- [Clark 2002] Clark, K. M. (2002): A Formal Approach to Catastrophe Risk Assessment and Management, Proceedings of the Casualty Actuarial Society 1986, S. 69-92
- [D'Agostino / Stephens 1986] D'Agostino, R.B.; Stephens, M. A. (1986): Goodness of Fit Techniques, New York: Marcel Dekker, Inc
- [Diers 2007a] Diers, D. (2007): Interne Unternehmensmodelle in der Schaden- und Unfallversicherung – Entwicklung eines stochastischen internen Modells für die wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung und für die Anwendung im Rahmen von Solvency II, ifa-Verlag (www.ifa-ulm.de)
- [Diers 2007b] Diers, D. (2007): Interne Unternehmensmodelle – Unverzichtbare Grundlage für die wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung und das Risikomanagement. (Teil I und II), Versicherungswirtschaft 09/2007, 675-680 und 10/2007, S. 784-788
- [Diers 2007c] Diers, D. (2007): Das Parameterrisiko – Ein Vorschlag zur Modellierung, Universität Ulm
- [Diers / Nießen 2005a] Diers, D.; Nießen, G. (2005): Interne Risikomodelle in der Praxis. Der Weg von der Erstellung und Implementierung bis zum regelmäßigen Einsatz. (Teil I und II); Versicherungswirtschaft 21/2005, 1657-1660 and 22/2005; 1748-1751
- [Dong 2001] Dong, W. (2001): Building a More Profitable Portfolio, Modern Portfolio Theory with Application to Catastrophe Insurance, Reactions Publishing Group, London
- [Embrechts / Lindskog / McNeil 2001] Embrechts, P.; Lindskog, A. J., McNeil, A. J. (2001): Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management; working pa-

- per, ETH Zürich, Department of Mathematics, [<http://www.gloriamundi.org/picsresources/peflam.pdf>]
- [Embrechts / McNeil / Straumann 2002] Embrechts, P.; McNeil, A. J.; Straumann, D. (2002): Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls; Dempster, M. A. H. (Hrsg.): Risk Management: Value at Risk and Beyond, Cambridge u. a., Cambridge University Press, 176-223
- [Frees / Valdez 1998] Frees, E. W.; Valdez, E. A. (1998): Understanding Relationships Using Copulas, in: North American Actuarial Journal (NAAJ), Vol. 2, No. 1, 1998, 1-25
- [Friedman 1972] Friedman, D. G. (1972): Insurance and the Natural Hazards, in: ASTIN Bulletin, 7. Jg. (1972), H., 4-58
- [GDV 2005] GDV (2007): Kumul- und Großrisiken in Solvency II – Zur Modellierung und Kalibrierung der deutschen Anleitung der QIS3; [Download: http://visportal.gdv.org/archiv/Oeffentlich/Querschnitt/BW_Institut/1155_2007_anlage_anhang.pdf]
- [Hipp / Michel 1990] Hipp, Ch.; Michel, R. (1990): Risikotheorie: Stochastische Modelle und Statistische Methoden, Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Verlag VVW, Karlsruhe
- [IAA 2004] International Actuarial Association IAA (2004): A Global Framework for Insurer Solvency Assessment; Research Report of the Insurer Solvency Assessment Working Party, Ottawa
- [Mack 2002] Mack, T. (2002): Schadenversicherungsmathematik; Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, DGVM, VVW Karlsruhe, Heft 28, 2.Auflage
- [McNeil / Embrechts / Frey 2005] McNeil, A. J.; Embrechts, P.; Frey, R. (2005): Quantitative Risk Management: Concepts Techniques Tools; Princeton Series in Finance, Princeton University Press, Princeton and Oxford
- [McNeil / Saladin 1997] McNeil, A. J.; Saladin, T. (1997): The Peaks over Thresholds Method for Estimating High Quantiles of Loss Distributions, Proceedings of 28th International ASTIN Colloquium [Download: <http://www.math.ethz.ch/~mcneil/ftp/cairns.pdf>]
- [Pfeifer 2000] Pfeifer, D. (2000): Wissenschaftliches Consulting im Rückversicherungsgeschäft: Modelle, Erfahrungen, Entwicklungen; Zeitschrift für Versicherungswesen 21 (2000), 771-777
- [Pfeifer 2004a] Pfeifer, D. (2004): Solvency II: neue Herausforderungen an Schadenmodellierung und Risikomanagement? In: Albrecht, P., Lorenz, E. and Rudolph, B. (Eds.): Risikoforschung und Versicherung – Festschrift für Elmar Helten zum 65. Geburtstag, Verlag Versicherungswirtschaft, 467 - 489
- [Pfeifer 2004b] Pfeifer, D. (2004): VaR oder Expected Shortfall: Welche Risikomaße sind für Solvency II geeignet? Preprint, Universität Oldenburg, 2004
- [Pfeifer / Neslehova 2004] Pfeifer, D.; Neslehova, J. (2004): Modeling dependence in finance and insurance: the copula approach. Blätter der DGVM Band XXVI, Heft 2, 177 – 191
- [Pohlhausen 1999] Pohlhausen, R. (1999): Gedanken zur Überschwemmungsversicherung in Deutschland; Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft 2/3 (1999), 457 - 467
- [Rosemeyer / Klawa 2006] Rosemeyer, J.C.; Klawa, M. (2004): Modellierung von Sturmseerien mit Hilfe der Negativbinomialverteilung; in: Zeitschrift für Versicherungswesen, 57. Jg., 153-156
- [Rootzén / Klüppelberg 1999] Rootzén, H.; Klüppelberg, C. (1999): A single number can't hedge against economic catastrophes, Ambio 28, No. 6, Royal Swedish Academy of Sciences
- [Straßburger 2006] Straßburger, D. (2006): Risk Management and Solvency – Mathematical Methods in Theory and Practice, Dissertation an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, 2006
- [Swiss Re 2002] Swiss Re (2002): Global non-life insurance in a time of capacity shortage, Sigma No. 4/2002
- [Swiss Re 2006] Swiss Re (2006): Measuring underwriting profitability of the non-life insurance industry, Sigma No. 3/2006

- [Whitaker 2002] Whitaker, D. (2002): Catastrophe Modelling, in: Golden, N. (Eds.): Rational Reinsurance Buying, RISK Books, London, 103 - 122.
- [Woo 1999] Woo, Gordon (1999): The mathematics of natural catastrophes, Imperial College Press