



Seminar zur Vorlesung Physikalische Chemie III Wintersemester 2013/2014

Prof. Dr. Timo Jacob, Institut für Elektrochemie

Übungsblatt 2, Aufgaben 5–8

Seminartermin 04.11.2013

Aufgabe 5

Man betrachte ein System von N gleichen Teilchen, die jeweils ein magnetisches Moment μ_B tragen. Das magnetische Moment jedes einzelnen Teilchens ist immer parallel zur z -Achse ausgerichtet und kann nur Werte $\pm\mu_B$ annehmen. Man nehme außerdem an, dass bei $\frac{1}{2}N + m$ Teilchen das magnetische Moment aufwärtsgerichtet und bei $\frac{1}{2}N - m$ Teilchen abwärtsgerichtet ist. Die Zahl $2m$ wird als Spinüberschuß bezeichnet und gibt das magnetische Gesamtmoment des Systems $\vec{M} = 2m\mu_B$ wieder.

- Wie viele Zustände kann das System insgesamt annehmen?
- Wie ist die Entartungsfunktion $g(N, m)$ definiert?
- Zeigen Sie, dass für $1 \ll |m| \ll N$ die Entartungsfunktion durch

$$g(N, m) = g(N, 0) \cdot \exp\{-2m^2/N\}$$

genähert werden kann.

- Welche Vor- und Nachteile hat diese Näherung im Vergleich zur Stirlingschen Näherung?

Aufgabe 6

Zwei Spin-Systeme mit einer Teilchenzahl N_1 bzw. N_2 und einem Spinüberschuß $2m_1$ bzw. $2m_2$ sind in thermischem Kontakt. Die Entartungsfunktion $g(N, m)$ des kombinierten Systems läßt sich aus den Entartungsfunktionen $g_1(N_1, m_1)$ und $g_2(N_2, m_2)$ der Teilsysteme wie folgt berechnen

$$g(N, m) = \sum_{m_1} g_1(N_1, m_1) \cdot g_2(N_2, m - m_1), \quad (1)$$

wobei $N = N_1 + N_2$ und $m = m_1 + m_2$ sind.

- (a) Zeigen Sie, dass in der Gleichung (2) in wesentlichem nur die wahrscheinlichste Konfiguration zu $g(N, m)$ beiträgt.
- (b) Skizzieren Sie das Verhalten der wahrscheinlichsten Konfiguration als Funktion von m_1 . Welche Bedingungen müssen bei dem Extremum erfüllt sein?
- (c) Wie scharf ist das Maximum der wahrscheinlichsten Konfiguration bei einem gegebenen Wert von m ?

Wie groß ist die relative Änderung von $g(N, m)$, wenn $N_1 = N_2 = 10^{22}$ und $\delta = 10^{12}$ (Abweichung von m_1 bzw. m_2 vom dessen Wert am Maximum).

Aufgabe 7

Verallgemeinern Sie die Gleichung (2) für den Fall, wenn ein System mit einer Teilchenzahl N_1 und Energie U_1 mit einem anderen System mit einer Teilchenzahl N_2 und Energie U_2 in thermischem Kontakt ist. Zeigen Sie, dass für die wahrscheinlichste Konfiguration die Bedingung

$$\left(\frac{\partial \ln g_1}{\partial U_1} \right)_{N_1} = \left(\frac{\partial \ln g_2}{\partial U_2} \right)_{N_2} \quad (2)$$

erfüllt werden muß.

Aufgabe 8

Berechnen Sie das n -dimensionale Volumen V_n unter der $n - 1$ -dimensionalen Hyperfläche $f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = \prod_{i=1}^{n-1} x_i$ über dem $(n - 1)$ -dimensionalen Quader dessen Achsen parallel zum Koordinatensystem sind und der sich vom Ursprung bis zum Punkt $P(1, 2, \dots, (n - 1), 0)$ aufspannt.

Dr. Josef Anton, 29.10.2013