ulm university universität uulm

Die Heisenberg'sche Unschärferelation

Fachdidaktische und wissenschaftliche Interpretationen

Kathrin Victoria Alpert

Hauptseminar „Schlüsselexperimente in der Quantenphysik“

Universität Ulm

19. Juni 2009

I. Fachdidaktischer Teil:

Vorstellung eines Unterrichtskonzepts in Bezug auf die Heisenberg'sche Unschärferelation

Ausgangsfragen und Lernschwierigkeiten

- Quantenphysik ist Stoff des Physikunterrichts in der Oberstufe
- Schwierigster Themenbereich in der Schulphysik aufgrund formaler Komplexität und begrifflicher Problematik
- Erarbeitung eines Unterrichtskonzepts gestaltet sich ebenfalls als schwierig:

- Wo sollen einzelne Schwerpunkte gelegt werden?
- Wie soll der Unterrichtsstoff vermittelt werden?

Lernschwierigkeiten und Fehlvorstellungen

- Schüler sind von der klassischen Physik geprägt und haben somit gewisse Fehlvorstellungen bezüglich der Quantenphysik
- Quantenmechanik geht über die alltäglichen Vorstellungen hinaus
- Im Hinblick auf die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation ist mit folgenden Lernschwierigkeiten bzw. Begriffsschwierigkeiten zu rechnen:
- $\Delta x, \ \Delta p$ seien Messungenauigkeiten:
    - Abstand des gemessenen Wertes vom eigentlichen, wahren Wert:
    - Unkenntnis über den Ort der Messung
- Genauigkeit einer Ortsmessung gibt Genauigkeit einer Impulsmessung vor (d.h. gegenläufiges Verhalten von x und p)

Was ist „MILQ“ ?

- „MILQ“ bedeutet:
  Münchner **I**nternetprojekt zur **L**ehrerfortbildung in **Q**uantenmechanik

- Fachdidaktisches Konzept zur Quantenphysik in der Oberstufe

- Stellt einen Plan dar, wie die Quantenphysik in der Schule vermittelt werden kann und welche Inhalte gelehrt werden sollen

- Unabhängig von Lehrplänen
- Kann individuell in den Lehrplan integriert werden

Kategorien verschiedener Unterrichtskonzepte

Fachdidaktische Unterrichtskonzepte haben unterschiedliche Schwerpunkte:

1. Konzentration auf die Prinzipien des quantenmechanischen Formalismus (z.B. Feynman-Zeiger)
2. Schwerpunkt auf begriffliche Fragestellungen der Quantenphysik
3. Quantenphysik als Basis für das Verständnis anderer physikalischer Themen
   (z.B. Atomphysik, Festkörperphysik, Kernphysik usw.)
4. Quantenphysik als Grundlage für technologische Anwendungen (z.B. Laser)

Konzeption des Münchner Internetprojekts

Hier ist der Schwerpunkt auf begriffliche Fragestellungen gelegt:

- Münchner Internetprojekt besteht aus zwei Hauptteilen
  - qualitativer Basiskurs:
    Deutungssfragen der Quantenphysik
  - quantitativer Aufbaukurs:
    Einblicke in die formalen Strukturen der Quantenmechanik
- Aufbau als Spiralcurriculum:
- Zentrale Punkte werden zweifach durchlaufen

- Einführung der Wahrscheinlichkeitsinterpretation mit Hilfe des Begriffs „Präparation“
- Qualitative und quantitative Einführung der Heisenberg’schen Unbestimmtheitsrelation:
  - Motivation durch Analogie zur klassischen Physik
  - Veranschaulichung durch viele Gedanken-Experimente oder Computersimulationen
  - Saubere Definition der Begriffe: Zum Schluss soll die Heisenberg’sche Unbestimmtheitsrelation eine untere Schranke für die gleichzeitige Präparation von Ort und Impuls sein

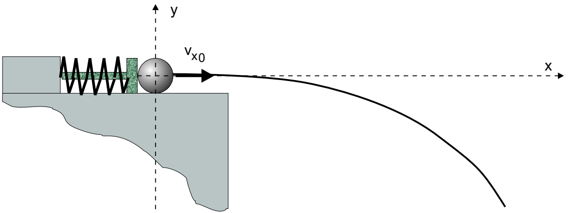
Vorstellung des Kapitels aus dem Unterrichtskonzept zur Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Ausgangssituation: Klassische Mechanik

Motivation: In der klassischen Mechanik wird die Bewegung eines Objekts durch seine Bahnkurve beschrieben

- Beispiel: Waagrechter Wurf
- Kugel bewegt sich auf derselben Bahn, falls die Anfangsbedingungen gleich sind
- Voraussetzung: Identischer Wert von Abschussort und Abschussgeschwindigkeit

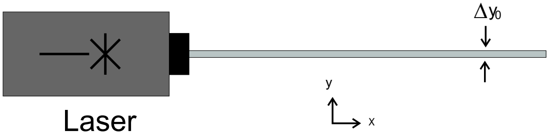
- Bau einer Abschussvorrichtung:



- Gleichzeitige Präparation von Ort und Impuls
- Begriff „Präparation“: Bei Messung der präparierten Größe an einem Ensemble von Teilchen verschwindet die Streuung der Messwerte bzw. wird sehr klein

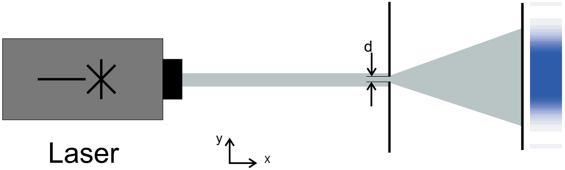
Übergang zu Quantenobjekten

- Unmöglichkeit der gleichzeitigen Präparation von Ort und Impuls bei Quantenobjekten
- Versuch: Quantenobjekte sind die Photonen eines monochromatischen Laserstrahls



- Strahl ist gut gebündelt $\rightarrow \Delta p_y = 0$
- Strahl hat eine gewisse Breite in y-Richtung
- Photonen sind im Bereich der Breite Δy_0 zu finden
- $\Rightarrow$ Es gibt ‚Streuung' im mathematischen Sinn
- Phtotonen sind nicht auf die Ortskomponente y präpariert

- Abhilfe: Verminderung der Streuung, in dem man einen engen Spalt in den Laserstrahl einführt



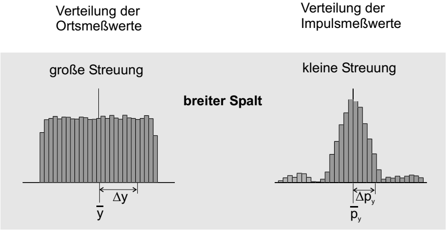
- Δy_0 kleiner, aber Aufweitung des Strahls
- $\Rightarrow \Delta p_y = 0$ geht verloren
- Qualitative Formulierung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation: Es ist nicht möglich, ein Ensemble von Quantenobjekten gleichzeitig auf Ort und Impuls zu präparieren

Übergang zur quantitativen Formulierung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation:
In welchem *Ausmaß* sind Orts- und Impulspräparation unvereinbar?

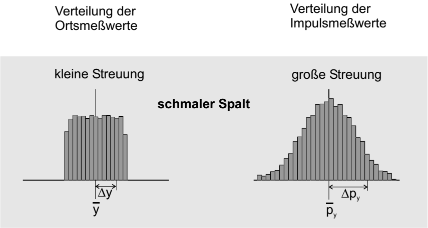
- Frage nach den Grenzen einer idealen Präparation
- Experiment Elektronenbeugung am Einzelspalt:
- Variation der Spaltbreite bewirkt Veränderung der Breite des Interferenzmusters
- Bestimmung der „Ortsstreuung“ und „Impulsstreuung“:
    - An Ensemble 1: Ortsmessung in der Spaltebene
    - An Ensemble 2: Ortsmessung in der Schirmebene ergibt Impulsmessung

Ergebnisse:

- Breiter Spalt: große Ortsstreuung, aber kleine Impulsstreuung

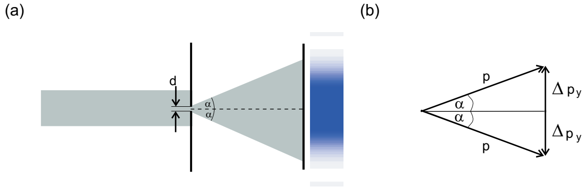


- Schmaler Spalt: kleine Ortsstreuung, aber große Impulsstreuung



- Orts- und Impulsstreuung scheinen reziprok miteinander verknüpft zu sein
- Veranschaulichung durch Gedankenexperiment:
- Quelle präpariert die Elektronen mit der Eigenschaft „Impuls“
- Durch die Beugung am Spalt geht die Impulseigenschaft verloren
- Mit der Breite des Beugungsmusters kann die Streuung der Impulsmesswerte am Spalt abgeschätzt werden

- Großteil der Elektronen befindet sich innerhalb des Hauptmaximums der Beugungsfigur, d.h. innerhalb des Winkelbereichs $+\alpha$ und $-\alpha$:



- $\rightarrow$ Abschätzung der Impulse Δp_y in diesem Bereich
- Aus Abbildung b) gilt:

$$\Delta p_y = p \cdot \sin\alpha \tag{1}$$

- Aus der klassischen Optik ist der Bereich des Hauptmaximums bekannt, der durch die ersten Beugungsminima begrenzt ist

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{d} \tag{2}$$

- Bei den Elektronen ist λ die de-Broglie-Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p}$
- Somit gilt:

$$\sin \alpha = \frac{h}{p \cdot d} \tag{3}$$

- Eliminierung von $\sin \alpha$ aus (1) und (3) ergibt

$$\frac{h}{p \cdot d} = \frac{\Delta p_y}{p}$$

- Multiplikation auf beiden Seiten mit p und Abschätzen der Streuung Δy durch die Spaltbreite d liefert

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \approx h$$

- $\Rightarrow$ Diese Gleichung verknüpft bei diesem Beispiel die Streuungen der Orts- und Impulskomponente

- Allgemeine Formulierung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation:
- Wurde ein Ensemble von Quantenobjekten so präpariert, dass die Streuung der Ortsmesswerte Δy klein ist, wird die Streuung der Impulsmesswerte Δp_y groß sein (und umgekehrt):

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{h}{4\pi}$$

- Fehlvorstellung bei der Überlegung am Einzelspalt:
- Es wird suggeriert, dass ein Ensemble mit großer Ortsstreuung automatisch eine kleine Impulsstreuung aufweist
- Auch beide Eigenschaften können schlecht präpariert sein
- Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation:
  Untere Schranke für die gleichzeitige Präparation von Ort und Impuls

II. Wissenschaftlicher Teil

Wissenschaftlicher Teil - Überblick

1. Herleitung der Heisenberg'schen Unschärferelation aus einem Gauß'schen Wellenpaket
   $\longrightarrow$ Expansion kalter Atome
2. Quantenmechanische Beschreibung des Lichts
3. Darstellung verschiedener Zustände:
   - Vakuumzustand
   - Kohärenter Zustand
   - Gequetschter Zustand
4. Anwendungsbeispiel gequetschter Zustände
5. Prinzip der Komplementarität

Heisenberg-Unschärfe aus Gauß-Wellenpaket

- Man betrachtet ein QM-Teilchen am Ursprung mit Impuls $p = \hbar k$.
- Wellenfunktion wird durch eine Gaußfunktion beschrieben:

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2a^2}} e^{ik_0 x}$$

- Zeitliche Dynamik kann sehr einfach im Impulsraum dargestellt werden $\rightarrow$ Fouriertransformation:

$$\tilde{\psi}(k) = \mathcal{F}[\psi(x)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{-ikx} \mathrm{d}x$$

Heisenberg-Unschärfe aus Gauß-Wellenpaket

- Ort- und Impulsbreite werden definiert als der Wert, wo $|\psi(x,0)|^2$ bzw. $|\tilde{\psi}(k)|^2$ auf den Wert $\frac{1}{e}$ abgefallen ist
- Man erhält dann

$$\Delta x = \frac{a}{2}$$
$$\Delta k = \frac{\Delta p}{\hbar} = \frac{1}{\sqrt{2}a}$$

- Für das Produkt aus Orts- und Impulsbreite erhält man

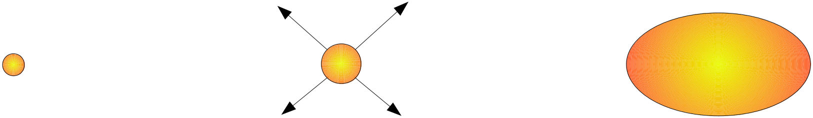
$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

- Gleichheitszeichen gilt, da ψ Gaußfunktion ist und $\tilde{\psi}$ ebenfalls $\rightarrow$ Minimale Unschärfe!
- Bei anderen Amplituden gilt die Heisenberg'sche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

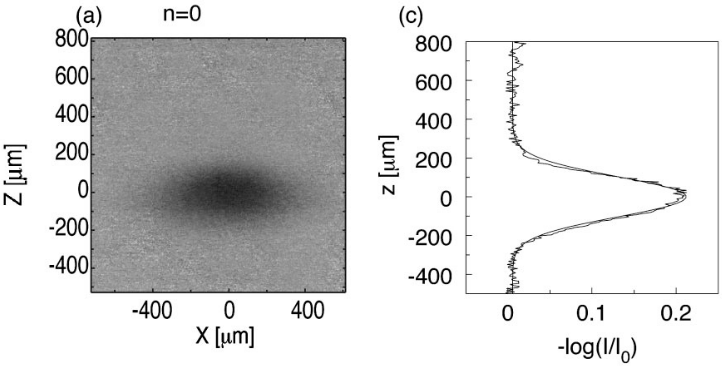
Expansion kalter Atome

- Kühlen von Atomen in den Grundzustand
  $\longrightarrow$ Kälter geht es nicht!
- Anschließende Expansion
  $\longrightarrow$ Betrachtung der Impulsverteilung, bei der die Anfangsgeschwindigkeit gegeben war
- Langsamere Atome in der Mitte, schnellere fliegen weiter nach außen
  $\longrightarrow$ Es gibt eine Geschwindigkeitsverteilung!



$|n = 0\rangle$ Expansion Impulsverteilung

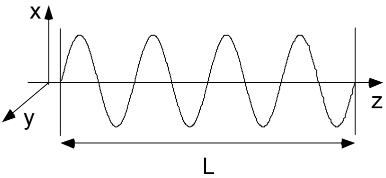
Expansion kalter Atome



Impulsverteilung und Geschwindigkeitsverteilung

Klassische Beschreibung von Lichtfeldern

- Quantenmechanische Beschreibung des Lichtes: Herleitung über das klassische Lichtfeld
  $\rightarrow$ Ausgangspunkt: Maxwell-Gleichungen für den strom- und ladungsfreien Raum
- Lösungen der Maxwell-Gleichungen sind abhängig von den Randbedingungen
- Einfachstes Beispiel: Lichtmode in einem Volumen, welches durch zwei unendlich gut leitende Platten begrenzt ist:



- Licht breitet sich entlang der z-Achse aus

- Für das elektrische Feld gilt dann

$$E_x(z,t) = \sqrt{\frac{2\omega^2}{\varepsilon_0 V}} \cdot q(t) \cdot \sin(kz)$$

  mit $q(t)$ als zeitabhängige Amplitude.

- Für das Magnetfeld erhält man aus der zweiten Maxwell'schen Gleichung

$$B_y(z,t) = \frac{1}{c^2 k}\sqrt{\frac{2\omega^2}{\varepsilon_0 V}} \cdot \dot{q}(t) \cdot \cos(kz)$$

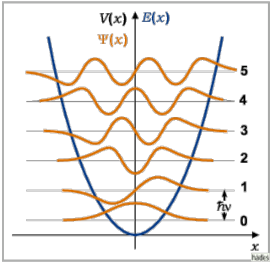
- Klassische elektromagnetische Energie einer ebenen Welle im Volumen V ist gegeben durch

$$H = \frac{1}{2} \int \left(\varepsilon_0 E_x^2(z,t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(z,t) \right) \mathrm{d}V$$

- Erinnerung an die Energie des harmonischen Oszillators für ein Teilchen mit Masse m:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 q^2$$

mit $p = \dot{q}$



- Quantisierung: $p, \; q$ werden als Operatoren $\hat{p}, \; \hat{q}$ aufgefasst
- Alle klassischen Größen werden ebenfalls zu Operatoren:

$$H \to \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{q}^2$$

$$E \to \hat{E}_x(z,t) = \sqrt{\frac{2\omega^2}{\varepsilon_0 V}} \cdot \hat{q}(t) \cdot \sin(kz)$$

$$B \to \hat{B}_y(z,t) = \frac{1}{c^2 k} \sqrt{\frac{2\omega^2}{\varepsilon_0 V}} \cdot \hat{p}(t) \cdot \cos(kz)$$

Quantenmechanische Beschreibung des HO

- Einführung des Erzeuger- und Vernichteroperators $\hat{a},\ \hat{a}^\dagger$ mit

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\hat{q} + \frac{i}{m\hbar\omega}\hat{p}\right\}$$
$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\hat{q} - \frac{i}{m\hbar\omega}\hat{p}\right\}$$

- Aus der Heisenberg-Vertauschungsrelation $[\hat{q},\hat{p}] = i\hbar$ wird die bosonische Vertauschungsrelation $[\hat{a},\hat{a}^\dagger] = 1$
- Für Orts- und Impulsoperator gilt dann

$$\hat{q} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\cdot(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$$
$$\hat{p} = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}\cdot(\hat{a}^\dagger - \hat{a})$$

QM-Beschreibung des Lichts

- Einsetzen von $\hat{a}$, $\hat{a}^\dagger$ in den Operator für elektrische Feld ergibt

$$\hat{E}(z,t) = \hat{E}(\chi) = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}}(\hat{a}e^{-i\chi} + \hat{a}^\dagger e^{i\chi})$$

  mit $\chi = \omega t - kz - \frac{\pi}{2}$

- Für das magnetische Feld erhält man analog

$$\hat{B}(z,t) = \hat{B}(\chi) = \frac{1}{c^2 k}\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}}(\hat{a}e^{-i\chi} - \hat{a}^\dagger e^{i\chi})$$

  mit $\chi = \omega t - kz - \frac{\pi}{2}$

Einführung von Quadraturoperatoren

- $\hat{a}, \hat{a}^\dagger$ sind keine hermiteschen Operatoren
  $\rightarrow$ keine beobachtbare bzw. messbare Größen
- Finde einen Ausdruck für $\hat{H}$ in der Form $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{q}^2$ mit hermiteschen Operatoren
- Analog zu $\hat{p}$ und $\hat{q}$ definiert man jeweils für eine Feldmode mit Frequenz ω:

$$\hat{X} = \frac{1}{2}(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$$
$$\hat{Y} = \frac{1}{2}i(\hat{a}^\dagger - \hat{a})$$

- $\Rightarrow \hat{H} = \hbar\omega(\hat{X}^2 + \hat{Y}^2)$
  mit $\hat{a} = \hat{X} + i\hat{Y}$ und $\hat{a}^\dagger = \hat{X} - i\hat{Y}$

Einführung von Quadraturoperatoren

- Für die Heisenberg-Relation gilt somit:

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = \frac{i}{2}$$
$$\Delta\hat{X}^2 \cdot \Delta\hat{Y}^2 \geq \frac{1}{16}$$

- Die Erwartungswerte von $\hat{X}$ und $\hat{Y}$ nennt man *Quadraturkomponenten* des elektromagnetischen Feldes
- In der Fock-Basis erhält man für die Erwartungswerte der Quadraturkomponenten

$$\langle n|\hat{X}|n\rangle = \langle n|\hat{Y}|n\rangle = 0$$

- Für die Varianzen gilt

$$(\Delta\hat{X})^2 = (\Delta\hat{Y})^2 = \frac{1}{2}(n + \frac{1}{2})$$

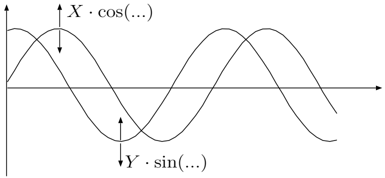
Elektrisches Feld im Quadraturkomponenten

- Einsetzen der Quadraturoperatoren in das elektrische Feld ergibt

$$\hat{E}(z,t) = \hat{E}(\chi) = 2\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}}(\hat{X}\cos(\chi) + \hat{Y}\sin(\chi))$$

mit $\chi = \omega t - kz - \frac{\pi}{2}$

- Veranschaulichung an einer klassischen Welle: Jede beliebige Welle mit Frequenz ω ist an einen Ort r aus zwei Wellen zusammensetzbar, welche um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben sind



Vakuum-Zustände

- Hier befindet sich kein Photon im Feld
- Für den Eigenwert der Photonenzahl im Vakuum-Zustand $\mid 0\rangle$ gilt dann:

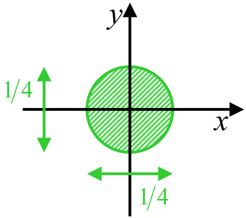
$$\langle 0 \rangle = 0$$

- aber

$$\langle \hat{E}_{Vakuum} \rangle = 0$$

$$\langle \Delta \hat{E}_{Vakuum}(\chi) \rangle^2 = \langle \Delta \hat{E}^2(\chi) \rangle - \langle \Delta \hat{E}(\chi) \rangle^2 = \frac{1}{4}$$

- Es gibt Vakuum-Fluktuationen!



Kohärente Zustände

- Eigenzustände des HO haben eine gleichverteilte Phase
  $\rightarrow$ nicht geeignet, um Laserstrahlung zu beschreiben
- Kohärenter Zustand:
  Vakuumzustand $\mid 0\rangle$, der im Phasenraum um die kohärente Amplitude verschoben wurde
- Ebenfalls ein Zustand minimaler Unschärfe
- Einführung des Verschiebeoperators

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}}$$

- Kohärenter Zustand ist definiert als

$$\mid \alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) \mid 0\rangle$$

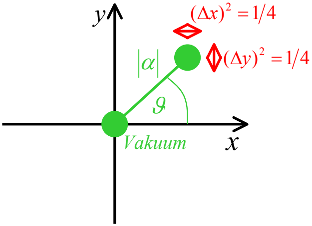
Eigenschaften kohärenter Zustände

- Erwartungswert des elektrischen Feldes für die α-Zustände:

$$\langle\alpha|\hat{E}(\chi)|\alpha\rangle = 2|\alpha|E_0 \sin(\chi)$$

- Für die Varianz gilt analog zum Vakuum-Zustand

$$\langle\Delta\hat{E}_\alpha(\chi)\rangle^2 = \langle\Delta\hat{E}^2(\chi)\rangle - \langle\Delta\hat{E}(\chi)\rangle^2 = \frac{1}{4}$$



Gequetschte Zustände

- Ausgangssituation:
  Alle Lichtzustände haben Unschärfe in beiden Quadraturkomponenten $\hat{X}$, $\hat{Y}$

- Einführung von „gequetschtem“ Licht:
  Das Rauschen von **einer** der beiden Quadraturkomponenten soll verringert werden

- Das Rauschen der Amplitude wird auf Kosten des Phasenrauschens minimiert und umgekehrt

- $\Rightarrow$ Eine Schärfe nimmt zu, die andere Schärfe nimmt dafür ab

Erzeugung gequetschter Zustände

- Wie erzeugt man gequetschtes Licht?
- $\Rightarrow$ Anwenden des Squeezing-Operators auf den Vakuum-Zustand, dann Verschieben mit dem Verschiebe-Operator
- Formal bedeutet das

$$|\,\alpha,\xi\rangle = \hat{D}(\alpha)\hat{S}(\xi)\,|\,0\rangle$$

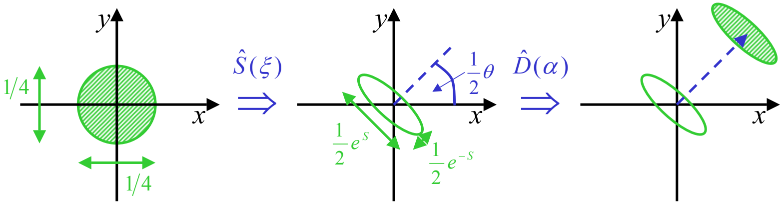
- mit

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}$$
$$\hat{S}(\xi) = e^{\frac{1}{2}\xi(\hat{a})^2 - \frac{1}{2}\xi(\hat{a}^\dagger)^2}$$

und $\xi = s\cdot e^{i\theta},\ \xi\in\mathbb{C}$

Erzeugung gequetschter Zustände

- Dabei ist s der Squeezing-Parameter und $0 \leq \theta \leq 2\pi$ die gequetschte Quadratur
- Im Phasenraum kann man sich die Erzeugung von gequetschtem Licht so veranschaulichen:



Eigenschaften gequetschter Zustände

- Eigenwerte der Quadraturkomponenten unabhängig von der Quetschung des Lichtes
  $\rightarrow$ identisch mit dem kohärentem Zustand
- Aber: Wegen unterschiedlicher Quetschung in beiden Quadraturkomponenten sind die Varianzen verschieden
- Es gilt also

$$\langle \alpha\xi \mid \hat{X} \mid \alpha\xi \rangle = \mathrm{Re}\,\alpha = |a| \cos\phi$$

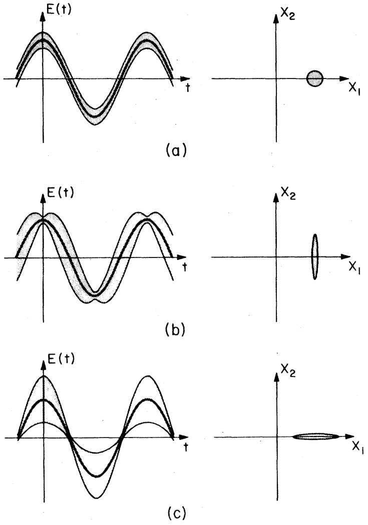
$$\langle \alpha\xi \mid \hat{Y} \mid \alpha\xi \rangle = \mathrm{Im}\,\alpha = |a| \sin\phi$$

$$(\Delta\hat{X})^2 = \frac{1}{4}[e^{2s}\sin^2(\frac{\theta}{2}) + e^{-2s}\cos^2(\frac{\theta}{2})]$$

$$(\Delta\hat{Y})^2 = \frac{1}{4}[e^{2s}\cos^2(\frac{\theta}{2}) + e^{-2s}\sin^2(\frac{\theta}{2})]$$

$\rightarrow$ Ein Ausdruck nimmt ab, der andere dafür zu!

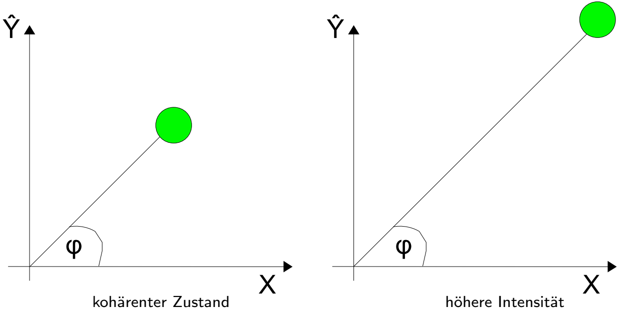
Visualisierung der einzelnen Zustände



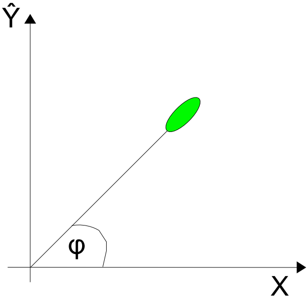
- a) Kohärenter Zustand: Kommt so aus jedem Laser
- b) Gequetscher Zustand mit $s > 0$: Gut um die Lichtintensität zu messen
- c) Gequetscher Zustand mit $s < 0$: Gut um die Phase des Lichtfeldes zu messen $\rightarrow$ Wichtig für ein Interferometer!

Anwendungen gequetschter Zustände

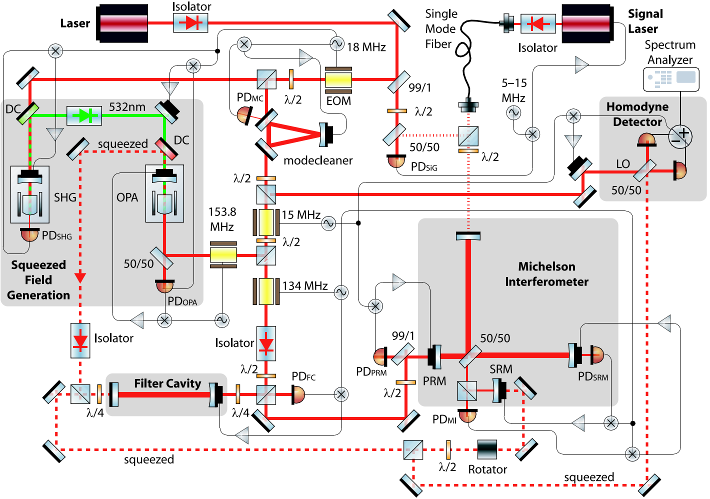
- Messung von Gravitationswellen in einem Interferometer
- Zwei fundamentale Quellen des Quantenrauschens legen die Empfindlichkeit eines solchen Interferometers fest:
  - photon-counting-error
  - radiation-pressure-error $\longrightarrow$ zu hohe Intensitäten auch schlecht!



- Abhilfe: Erzeugung gequetschten Lichts im Interferometer $\longrightarrow$ Der photon-counting-error soll klein werden (d.h. Unterdrückung der Photonen-Statistik $\frac{1}{\sqrt{N}}$)

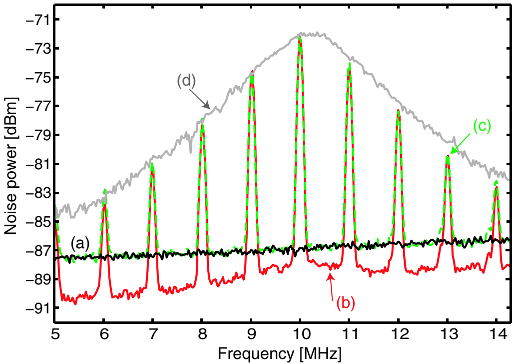


Schema des Interferometers



Ergebnisse

- Bessere Messung der Nulldurchgänge
  → Rauschen der Phase wird reduziert:

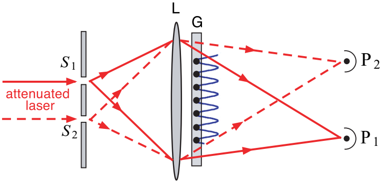


- Linie b): Rauschen bei gequetschtem Licht → Unterhalb des normalen Schrotrauschens
- Peaks bedeuten, dass nur bestimmte Frequenzen gequetscht werden

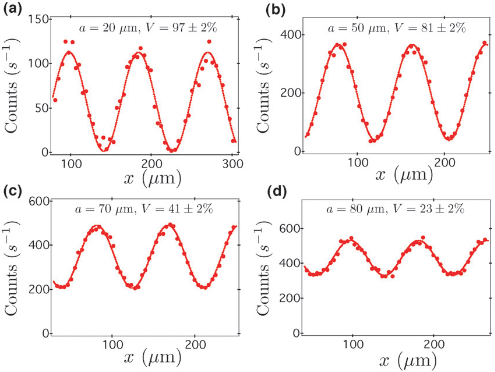
Prinzip der Komplementarität

- Was bedeutet der Begriff „Komplementarität“?
- Quantenmechanische Objekte können sich bei verschiedenen experimentellen Bedingungen als Teilchen oder Welle verhalten
- „wave-like-behaviour “ $\leftrightarrow$ „two-way-behaviour“
- Doppelspalt-Experiment:
  Es gibt zwei Möglichkeiten:
  - Einzelnes Elektron kann durch beide Spalte gehen
    $\rightarrow$ Interferenz
  - Anbringen eines „Which-Way-Detektors“
    $\rightarrow$ Interferenz verschwindet
- Heisenberg'sche Unschärferelation sagt hier: Δx wird kleiner
  $\Rightarrow$ Interferenz verschwindet

- Experiment von Grangier-Roch:



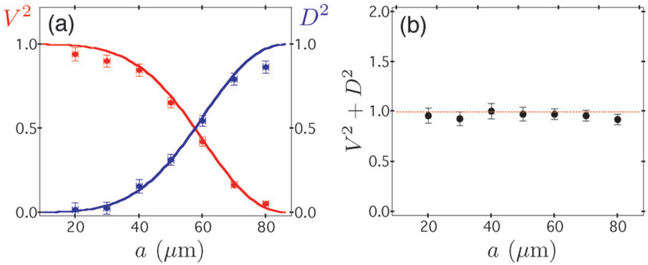
- Resultat: Je mehr Weginformation, desto weniger Interferenz



- „Verallgemeinerte“ Heisenberg'sche Unschärferelation:

$$V^2 + D^2 \leq 1$$

  mit D = Distinguishability und V = Visibility
- Hierbei gilt die folgende Beziehung:



- Wenn ein deutliches Interferenzmuster zu sehen ist, d.h. V groß ist, dann ist die Weginformation (D) klein
- Ansonsten sind die Verhältnisse umgekehrt

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Literaturverzeichnis I

- Müller, Rainer und Wiesner, Hartmut: Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik, http://www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/materialien/inhalt_materialien/milq/muc_unterricht.pdf
- Internetseite von MILQ (Münchner Internetprojekt zur Lehrerfortbildung in Quantenmechanik), http://www.cip.physik.uni-muenchen.de/~milq/
- Lehrtext zu MILQ, http://www.cip.physik.uni-muenchen.de/~milq/kap1/images/Lehrtext%20milq.pdf
- Quantum-mechanical noise in an interferometer, Phys. Review Letters, Vol.23 (8), 1981

Literaturverzeichnis II

- Demonstration of a Squeezed-Light-Enhanced Power- and Signal-Recycled Michelson Interferometer, Phys. Review Letters Vol.95 (211102), 2005
- Neutral atoms prepared in Fock states of a one-dimensional harmonic potential, Phys. Review Letters, Vol. 59 (1), 1999
- Squeezed-Light-Enhanced-Polarization Interferometer, Phys. Review Letters, Vol. 59 (19), 1987
- Illustration of quantum complementarity using single photons interfering on a grating, New Journal of Physics, Vol. 10 (2008)
- Schleich, Wolfgang: Quantum Optics in Phase Space, Wiley-VCH, 2000

- Zimmermann, Claus: Skript zur Quantenoptik, Universität Tübingen, http://www.pit.physik.uni-tuebingen.de/zimmermann/lehre/skripten/Quantenoptik.pdf
- Samblowski, Aiko: Verschränkung kontinuierlicher Variablen von Seitenbändern optischer Felder, http://www.aei.mpg.de/pdf/diploma/ASamblowski_07.pdf
- Sengstock, Klaus; Schmidt, Malte: Quantenoptik und Atomoptik, Vorlesungsskript WS 2004/05, Universität Hamburg, http://www.physnet.uni-hamburg.de/ilp/de/qoptik/quantenoptik-skript-10-05.pdf
- Sengstock, Klaus: Vortragsfolien der Vorlesung Quantenoptik und Atomoptik, Universität Hamburg, http://www.physnet.uni-hamburg.de/ilp/de/qoptik_07_08/Kapitel1_07_08.pdf

Abbildung für den harmonischen Oszillator:
http://topcat.iit.bme.hu/~fercsi/docs/books/Mathematik-Kompendium/daten/bilder/kap09/t1/109a021.gif