



## Versuchsanleitung

# Statistik am PC

Nummer: 00  
Kompiliert am: 29. März 2023  
Letzte Änderung: 29.03.2023  
Beschreibung: In diesem Versuch sollen die Kenntnisse zur Statistik, die im Vorkurs eingeführt und zur Fehleranalyse in allen Experimente benötigt werden, vertieft werden.  
Webseite: <https://www.uni-ulm.de/nawi/institut-fuer-quantenoptik/ag-prof-jelezko/lehre/grundpraktikum-physik-physwiphys-la-phys/>

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>2</b>
<b>2 Stichpunkte zur Versuchsvorbereitung</b>	<b>2</b>
2.1 Theorie . . . . .	2
2.2 Beispiele aus Natur und Alltag . . . . .	2
<b>3 Versuchsdurchführung</b>	<b>2</b>
3.1 Simulation einer normalverteilten Zufallsgröße . . . . .	3
3.2 Simulation einer gleichverteilten Zufallsgröße . . . . .	3
3.3 Simulation eines Experimentes (Schiefer Wurf) . . . . .	3
3.4 Häufige Fehler . . . . .	4
<b>4 Versuchszubehör</b>	<b>4</b>
<b>5 Hinweise zur Ausarbeitung</b>	<b>4</b>
5.1 Versuchsspezifisch . . . . .	4
5.2 Allgemein . . . . .	4
<b>Literatur</b>	<b>5</b>

# 1 Einführung

Die Analyse der Fehler – oder heute der Unsicherheit – eines Messergebnisses ist unbedingter Bestandteil einer jeglichen Messung bzw. Experimentes. Ein Ergebnis, das keinen Vertrauensbereich für seine Gültigkeit enthält, ist absolut wertlos. Daher haben wir uns im Vorkurs intensiv mit den Grundlagen der Statistik beschäftigt, wobei wir uns im Wesentlichen auf die Betrachtung zufälliger Fehler und damit zumindest im Limit großer Zahlen auf normalverteilte Zufallsgrößen beschränkt haben. Dies soll uns für das Grundpraktikum erst einmal genügen. In diesem PC-Versuch sollen fehlerbehaftete Experimente simuliert und geeignet analysiert und dargestellt werden.

## 2 Stichpunkte zur Versuchsvorbereitung

### 2.1 Theorie

- Grundlagen der Statistik: Zufallsgröße, Mittelwert, Standardabweichung, zentrale statistische Momente, Signifikanz, Fehler der Einzelmessung, Fehler des Mittels, Fehler des Fehlers (Wölbung bzw. Kurtosis).
- Standardisierte Angabe der Unsicherheiten.
- Skript des Vorkurses, [Mes10] Kap. 0.3 u.v.a.m.
- Kenntnis der Software Matlab (Kurs 'Computeranwendungen in der Physik').
- Weiterführend z.B. wg. des Fehlers des Fehlers [Tay97] Kap. 5.7 und Anhang E.

### 2.2 Beispiele aus Natur und Alltag

- Durchführung und Interpretation von Umfragen
- Vorlesung 'Thermodynamik und Statistik'
- Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik

## 3 Versuchsdurchführung

Dem Versuch ist ein Kolloquium vorangestellt. Hiermit soll sichergestellt werden, dass jeder Teilnehmer ausreichende Kenntnis über die Grundlagen der Statistik und der verwendeten Software 'Matlab' hat. Die Ausarbeitung soll sich auf eine kompakte Zusammenfassung beschränken entsprechend der folgenden Gliederung mit den relevanten Formeln, den Graphiken und einem kurzen Resumée. Sie können anstelle des bereitgestellten PC's auch Ihren eigenen Laptop benutzen.

### 3.1 Simulation einer normalverteilten Zufallsgröße

Wir betrachten eine normalverteilte Zufallsvariable  $X$  mit Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$  (man könnte geschickterweise den Mittelwert  $\mu = 0$  und die Spanne  $2\sigma = 2$  wählen!). Wir betrachten ferner einen Spaltenvektor mit  $n$  unabhängigen Elementen dieser Zufallsvariablen als eine Stichprobe der Mächtigkeit  $n$  ( $n$  Wiederholungen). Eine  $n \times m$ -Matrix dieser Zufallsvariablen betrachten wir als  $m$  Realisierungen solcher Stichproben. Erzeugen Sie eine solche Matrix mit  $1000 \times 1000$  Elementen. Zum Vergleich erzeugen Sie am besten einen Vektor  $Y_i$ , der die Werte  $\sigma/\sqrt{i-1}$ ,  $i = 1..n$  und  $\sigma$  für  $i = 1$  enthält.

Entwerfen Sie Funktionen, die aus einer Stichprobe kumulativ den Mittelwert  $\mu = \langle X \rangle$ , die Standardabweichung  $\sigma^2 = \langle (X - \mu)^2 \rangle$  und die Kurtosis  $\langle (X - \mu)^4 \rangle$  berechnen. Legen Sie die Funktionen so aus, dass sie richtig auf die Matrix mit verschiedenen Realisierungen wirkt.

Stellen Sie graphisch dar:

- das Histogramm einer Realisierung zusammen mit der Erwartung,
- das kumulative Mittel von 5 Realisierungen zusammen mit  $\mu + Y_i$  und  $\mu - Y_i$  (halblogarithmisch),
- die kumulative Standardabweichung (empirischer Fehler/Unsicherheit der Einzelmessung) zusammen mit  $\sigma + Y_i$  und  $\sigma - Y_i$  (halblogarithmisch),
- die Fehler der Fehler (Standardabweichungen der kumulativen Standardabweichungen ermittelt über die verschiedenen Realisierungen) im Vergleich zu 5 Realisierungen der 4-ten Wurzel der kumulativen Kurtosis und  $\sqrt[4]{2}Y_i$  bzw.  $\sqrt[4]{2}Y_i$  (doppeltlogarithmisch). Vergleichen Sie auch mit dem Ergebnis aus [Tay97], wonach  $\frac{\sigma_{\sigma\mu}}{\sigma_\mu} \approx \frac{1}{\sqrt{2(i-1)}}$ .

Kommentieren Sie die einzelnen Graphiken.

### 3.2 Simulation einer gleichverteilten Zufallsgröße

Verfahren Sie entsprechend 3.1 mit einer gleichverteilten Zufallsgröße. Geschickterweise wählt man hier  $\mu = 0$  und die Spanne 2, also Gleichverteilung im Intervall  $[-1, 1]$ .

### 3.3 Simulation eines Experimentes (Schiefer Wurf)

*Experiment:* Schiefer Wurf eines Massepunktes der Masse  $m$  mit Impuls  $p$  vom Punkt  $X_0$  im homogenen Schwerfeld mit Gravitationsbeschleunigung  $g$  unter dem Winkel  $\theta$  gegenüber der Horizontalen.

- Entwerfen Sie eine Funktion, die für die gegebenen Variablen den Auftreffpunkt  $X$  des Massepunktes berechnet. Versehen Sie  $p$ ,  $X_0$  und  $\theta$  mit (unabhängigen und normalverteilten) Fehlern und bestimmen Sie mithilfe der zuvor erstellten Funktion die empirischen statistischen Momente (Mittel, Standardabweichung und Fehler des Fehlers) des Auftreffpunktes  $X$ . Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Erwartung nach der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung.  
*Hinweis:* hier können Sie bequem mit den implementierten Befehlen `mean`, `std` und `kurtosis` arbeiten.
- Machen Sie dasselbe Experiment, wobei Sie aber dieselbe Realisierung der normalver-

teilten Zufallsvariablen für alle 3 Variablen der Funktion verwenden (die dann eben nicht mehr unabhängig voneinander sind).

- Betrachten Sie abschließend nur Fehler im Anstellwinkel  $\theta$  für die maximale Wurfweite. Erstellen Sie ein Histogramm der Wurfweiten. Beurteilen Sie das Ergebnis, das sie mit  $\frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}$  vergleichen können (das ist die  $\chi_1^2$ -Verteilung mit einem Freiheitsgrad).

### 3.4 Häufige Fehler

- Mangelnde Vorbereitung!
- Zufallszahlengenerator nicht initialisiert!
- Typisch in MatLab: Rechnen mit Zeilen- und Spaltenvektoren, Matrizen.

## 4 Versuchszubehör

- 1 PC mit installierter Software 'Matlab'.

## 5 Hinweise zur Ausarbeitung

### 5.1 Versuchsspezifisch

- Fassen Sie die Ergebnisse für die verschiedenen Verteilungen aus 3.1 und 3.2 kurz zusammen und vergleichen Sie sie in einem kurzen Resumée.
- Vergleichen Sie den in der Simulation erhaltenen Fehler mit dem nach der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung. Vergleichen Sie außerdem den Fehler bei Unabhängigkeit und Nicht-Unabhängigkeit der Zufallsvariablen.

### 5.2 Allgemein

- Ergebnisse richtig runden (siehe Anleitung Limmer und/oder Folien zu unserem Statistik-Workshop)
- Gute Abbildungen verwendet (z.B. deutsche Beschriftung, Skizzen entsprechen den Erläuterungen, ...); Skizzen dürfen gerne selbst angefertigt werden
- Diskussion und/oder Wertung der Ergebnisse

## Literatur

- [Mes10] MESCHEDE, Dieter: *Gerthsen Physik*. 24. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2010
- [Tay97] TAYLOR, John R.: *An Introduction to Error Analysis - The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. 2. Edition. 55D Gate Five Road, Sausalito, CA 94965, USA : University Science Books, 1997