

Seminar zur Vorlesung

Mathematische Methoden II für Lehramtsstudierende

Sommer 2017

Blatt 2

08.05.2017

Aufgabe 3 *2D-Integration*

Wir betrachten die Fläche A , die von unten durch die Einheitsparabel und von oben durch die Winkelhalbierende des ersten Quadranten begrenzt wird.

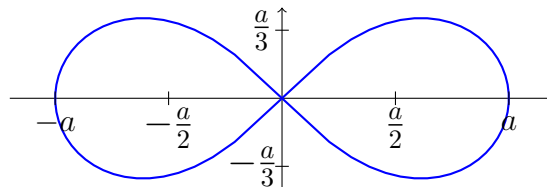
- Bestimmen Sie zunächst die beiden Funktionen $y_o(x)$ und $y_u(x)$, die das Integrationsintervall von oben und unten begrenzen und stellen Sie das iterierte Integral einer Funktion $f(x, y)$ über A auf. (1 Punkt)
- Berechnen Sie nun das Integral der Funktion

$$f(x, y) \equiv \frac{x}{2\sqrt{y}} \exp(\sqrt{y})$$

über die Fläche A . (2 Punkte)

Aufgabe 4 *Fläche einer Lemniskate*

Im Folgenden soll der Inhalt der Fläche bestimmt werden, die von einer Lemniskate eingeschlossen wird. Diese Kurve entsteht, wenn man in ebenen Polarkoordinaten die Funktion $r(\varphi) = a\sqrt{\cos(2\varphi)}$ mit dem positiven Parameter a aufträgt, wobei nur die φ -Werte berücksichtigt werden, für die die Funktion $\cos(2\varphi)$ keine negativen Werte annimmt:



- Welche Werte im Intervall $[0, 2\pi]$ darf der Winkel φ bei einer Lemniskate folglich annehmen? (1 Punkt)
- Berechnen Sie den von der Lemniskate eingeschlossenen Flächeninhalt in Abhängigkeit von a . (1 Punkt)

Aufgabe 5 *3D-Integration Zylinderkoordinaten*

Wir betrachten das rotationssymmetrische Volumen V , das entsteht, wenn die Kurve $z(x) = e^{-x}$ um die z -Achse rotiert wird und welches von unten durch die x - y -Ebene beschränkt ist.

- a) Stellen Sie das iterierte Integral zur Berechnung von V in Zylinderkoordinaten auf, einmal mit ρ und einmal mit z als äußerer Integrationsvariable. (2 Punkte)
- b) Berechnen Sie V mit Hilfe eines der beiden Ausdrücke aus a). (1 Punkt)