ulm university universität ulm

Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dr. Luis Mancera

Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie

Fr. 08:00-10:00 Uhr; H7, N25/2103, O25/346, O26/4309

Übungsblatt 12,* Übung am 20.07.2012

Aufgabe 1: *Entwicklungssatz*

Gegeben ist ein Dreieck mit den Ecken $A(1, 0, 0)$, $B(1, 2, 3)$ und $C(-1, 1, 2)$. Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks. Die Aufgabe muß mit einem Kreuzprodukt gelöst werden.

Aufgabe 2: *Grenzwerte*

$$\text{Zu berechnen ist } \; G = \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{\tan^2 x}$$

(a) Berechnen Sie den Grenzwert mit der l'Hospitalschen Regel.
Hinweis: Die Ableitung von $\tan x$ kann man ohne Bruch schreiben.

(b) Berechnen Sie G ohne zu differenzieren.

Aufgabe 3: *Vereinfachen von Fakultäten und Binomialkoeffizienten*

$$\text{Gegeben ist } \; A = \frac{\binom{2n}{n}}{\binom{2n+1}{n+1}}$$

(a) Vereinfachen Sie A so, daiß im Ergebnis keine Binomialkoeffizienten und keine Fakultäten mehr auftreten.

(b) Berechnen Sie $\lim\limits_{n\to\infty} A$.

Aufgabe 4: *Vereinfachen von Logarithmen*

Eine optimistische Aufgabe:
Sie erhalten bei einer Rechnung als Ergebnis $E_{\text{meins}} = -\ln\left(1 - e^{-y}\right)$. Ihr Kollege hat aber $E_{\text{Koll}} = y - \ln\left(e^{y} - 1\right)$ gefunden. Zeigen Sie, daß$E_{\text{meins}} = E_{\text{Koll}}$ gilt.

Aufgabe 5: *Lagrange Multiplikatoren*

Welcher Punkt auf der Geraden $y = -\frac{x}{2} + 1$ hat den kleinsten Abstand zum Nullpunkt? Die Aufgabe muß mit der Methode der Lagrange–Multiplikatoren gelöst werden.
Hinweis: Minimieren Sie das Quadrat des Abstands!

---

* *Die Übungsblätter können von* `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre` *heruntergeladen werden.*

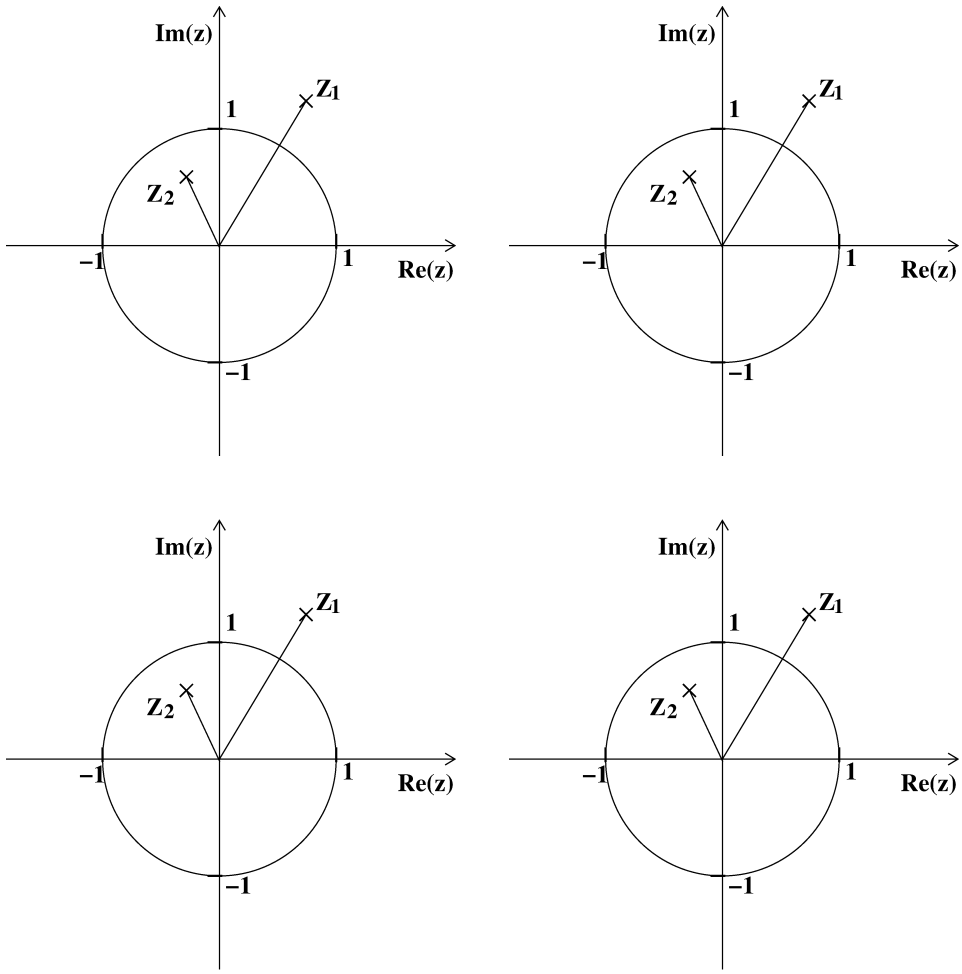
Aufgabe 6: *Rechnen mit komplexen Zahlen*

Unten sehen Sie die beiden komplexen Zahlen z_1 und z_2 in der gaußschen Zahlenebene. Außerdem ist der Einheitskreis um den Nullpunkt eingezeichnet.

(a) Zeichnen Sie in der linken Abbildung $z_1 - z_2$, z_1/z_2 und z_2^2.

(b) Zeichnen Sie in der rechten Abbildung $1/z_1$ und $1/z_2$.

Die eingezeichneten Zahlen sind zu beschriften. Die beiden unteren Abbildungen dienen als Reserve.
Punkte gibt es nicht für irgendwelche Rechnungen, sondern <u>nur</u> für die richtigen Zeichnungen.



Aufgabe 7: *Integration*

Gegeben ist das Integral J. Berechnen Sie damit K.

$$J = \int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2} \qquad\qquad K = \int_0^\infty \frac{\sin x\, \cos x}{x}\, dx$$

<u>Hinweis</u>: Der erste Schritt ist eine einfache trigonometrische Umformung.

Aufgabe 8: *Lokale Extremwerte*

Wir betrachten die Funktion $f(x,y)$.

$$f(x,y) = e^{-\left(x^3+\frac{5}{4}x^2-x+xy+y^2\right)}$$

Diese Funktion hat ein lokales Maximum und einen Sattelpunkt. Bestimmen Sie die beiden stationären Punkte von $f(x,y)$, d. h. die Punkte mit einer waagrechten Tangentialebene.
Es ist <u>nicht</u> nötig, die genaue Natur der Punkte zu untersuchen, d. h. zweite Ableitungen werden hier nicht benötigt.

Aufgabe 9: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung*

Berechnen Sie die allgemeine Lösung von

$$y' + y = \sin x + e^x$$

Aufgabe 10: *Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen*

(a) Berechnen Sie die Taylorentwicklung von $f(x)$ um $x = 0$ bis zum quadratischen Glied einschließlich.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

<u>Hinweis</u>: Setzen Sie die Ihnen bekannte Taylorreihe von $\sin x$ ein und dividieren Sie.

(b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis von a) <u>sorgfältig</u> eine Näherungslösung für den Schnittpunkt zwischen $g(x) = x$ und $f(x)$.

(c) Durch eine andere Taylorentwicklung erhält man den Näherungswert $\sqrt{15} \approx 4 - \frac{1}{8}$. Berechnen Sie damit den Wert des Schnittpunktes aus b) auf drei Nachkommastellen genau.
<u>Hinweis</u>: Der Schnittpunkt liegt im ersten Quadranten.

Aufgabe 11: *Elementare Rechnenregeln für Summen*

(a) Berechnen Sie $S = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ \ldots\ + 999$

(b) Berechnen Sie $T = 1 + 5 + 9 + 13 + 17\ \ldots\ + 1001$
<u>Hinweis zu b)</u>: $1001 = 4 \cdot 250 + 1$