Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Sonja Bartenschlager,
Benedikt Weggler, Fabian Hartl, Sefa Senel

Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)
Fr 10-11(12): O27/123, O25/151, O25/648, N24/131
Übungsblatt 2, abrufbar ab 26.04.2008, Übung 02.05.2008

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Reihen: Konvergenzkriterien*

Untersuchen Sie die Konvergenz folgender Reihen:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+1}\right)^{2n}$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2(k^3+5)}{3^k+1}$ $(Hinweis: Majorante)$

Aufgabe 2: *Taylorentwicklung einfacher Funktionen*

Berechnen Sie die Taylorentwicklung

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n \tag{1}$$

von $\cos(x)$ um $x_0 = 0$.

Aufgabe 3: *Taylorentwicklung einfacher Funktionen*

(a) Berechnen Sie die Taylorentwicklung

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n \tag{2}$$

der Funktion $f(x) = \ln(1+x)$ um $x_0 = 0$.

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Taylorreihe $\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n$ mit Hilfe des Quotientenkriteriums:

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = k \tag{3}$$

Welche speziellen Reihen erhalten Sie für k=1?
Wenden Sie andere, geeignetere Kriterien an, um Aussagen zur Konvergenz dieser Reihen geben zu können.

Aufgabe 4: *Taylorentwicklung in der Physikalischen Chemie*

Das Planck'sche Strahlungsgesetz ergibt für die spektrale Energiedichte die Formel:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \tag{4}$$

Verifizieren Sie mit Hilfe einer Taylor-Reihenentwicklung das für kleine Frequenzen ν gültige Rayleigh-Jeans-Gesetz:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \tag{5}$$

Hinweis: Falls Ihnen die einzelnen Größen und Gesetze nichts sagen, informieren Sie sich zum Beispiel in Lehrbüchern der Physikalischen Chemie darüber.