Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur

Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin

Biochemie: Mi. 15:00 , H16 — Molekulare Medizin: Mi. 8:15 , H 43.2.104

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 10, verteilt am 1. 7. 2009, Übung am 8. 7. 2009

Aufgabe 1: *Lineare gewöhnliche homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung, Eigenwertproblem*

Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen des folgenden Randwertproblems in Abhängigkeit von λ.

$$y'' + y = -\lambda y \qquad y(0) = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad \lambda > -1$$

Hinweis: Skript Abschnitt 11.5, Beispiel aus der Quantenmechanik.

Aufgabe 2: *Differentialgleichungen zweiter Ordnung*

Lösen Sie folgende Differentialgleichung mittels Potenzreihenansatz (analog Skript 11.4).

$$(x-1)y'' - xy' + y = 0 \qquad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1$$

Hinweis:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \qquad y' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} x^n \qquad y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2) a_{n+2} x^n$$

einsetzen, Summen zusammenfassen. Die Koeffizienten müssen 0 werden. Umgeformt nach a_{n+2} erhält man daraus eine Gleichung mit a_n, a_{n+1} und a_{n+2}, die man rekursiv lösen muss. a_0 und a_1 ergeben sich aus den Anfangsbedingungen. Wenn man daraus a_2, a_3 und a_4 ausgerechnet hat, erkennt man die Reihe. Als Lösung müssen Sie $y = e^x$ erhalten.

Aufgabe 3: *Diffusionsgleichung*

Bestimmen sie die Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichung durch den Ansatz $u(x,t) = F(x)G(t)$

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x,t) = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t)$$

Aufgabe 4: *Transportgleichung*

Bestimmen sie die Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichung durch den Ansatz $u(x,t) = F(x)G(t)$

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x,t) + x \frac{\partial}{\partial x} u(x,t) = 0$$

Aufgabe 5: *Allgemeine Lösung der Wellengleichung*

Zeigen sie, dass $u(x,t) = f(x+ct) + g(x-ct)$, mit zwei beliebigen (zweimal differenzierbaren) Funktionen $f(y)$ und $g(y)$, stets eine Lösung der Wellengleichung ist

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} u(x,t) = 0$$

ist.