



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schmur
Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin

Biochemie: Mi. 15:00 , H16 — Molekulare Medizin: Mi. 8:15 , 43.2.104

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 2, verteilt am 29. 4. 2009, Übung am 6. 5. 2009

Aufgabe 1: Grenzwerte

Berechnen sie die folgenden Grenzwerte

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n e^{-n} & \text{(b)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(\ln n)}{\ln n} \\ \text{(c)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \ln n}{\sqrt{n^4 - n^3}} & \text{(d)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \end{array}$$

Aufgabe 2: Reihen: Integralkriterium

Überprüfen sie ob die Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$$

konvergiert.

Hinweis:

$$\int \frac{1}{x(\ln x)^2} dx = -\frac{1}{\ln x}$$

Aufgabe 3: Reihen: Konvergenzkriterien

Untersuchen Sie die Konvergenz folgender Reihen:

$$\text{(a)} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} \quad \text{(b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+1} \right)^{2n} \quad \text{(c)} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2(k^3 + 5)}{3^k + 1} \quad (\text{Hinweis : Majorante})$$

Aufgabe 4: Taylorentwicklung und Konvergenzradius

Entwickeln Sie $\arctan(x)$ um $x_0 = 0$ in einer Taylorreihe,

- (a) direkt durch Taylorentwicklung bis zur 3. Ordnung.
- (b) indem Sie zuerst die Ableitung von $\arctan(x)$ in einer Reihe entwickeln und danach wieder integrieren.

Vergleichen Sie die Ergebnisse und bestimmen Sie für welche Werte von x die Reihe konvergiert.

Aufgabe 5: Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen

- (a) Berechnen Sie die Taylorreihe von $\cos(x)$ um Punkt 0.
- (b) Berechnen Sie $\cos 1$ durch eine Taylorentwicklung um $x_0 = \frac{\pi}{3}$ bis zur 2. Ordnung. Verwenden Sie dafür $\frac{\pi}{3} = 1.047$ und $\sqrt{3} = 1.73$.