



**Institut für Theoretische Chemie:**  
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schmur

## Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin

Biochemie: Mi. 15:00 , H16 — Molekulare Medizin: Mi. 8:15 , 43.2.104

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 3, verteilt am 6. 5. 2009, Übung am 13. 5. 2009

### Aufgabe 1: Taylorentwicklung einfacher Funktionen bis zur 4. Ordnung

Geben Sie die Taylorentwicklung folgender Funktionen um  $x_0$  bis zur 4. Ordnung an:

- (a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 5$ ,  $x_0 = 1$       (b)  $g(x) = \frac{1}{1 + 2x}$ ,  $x_0 = 1$   
(c)  $g(x) = \sqrt{1+x}$ ,  $x_0 = 0$       (d)  $h(x) = e^{2x} \sin(x + \pi)$ ,  $x_0 = 0$

### Aufgabe 2: Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen

Bestimmen Sie die Taylorreihe von  $\sqrt[3]{x}$  bis zur 2. Ordnung um  $x_0 = 1$  und berechnen Sie damit  $\sqrt[3]{997}$ .

Hinweis:  $\sqrt[3]{997} = 10 \sqrt[3]{\frac{997}{1000}}$

### Aufgabe 3: Taylorentwicklung einfacher Funktionen

- (a) Berechnen Sie die Taylorentwicklung

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n \quad (1)$$

der Funktion  $f(x) = \ln(1+x)$  um  $x_0 = 0$ .

- (b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Taylorreihe  $\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n$  mit Hilfe des Quotientenkriteriums:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = k \quad (2)$$

d.h. für welche Werte von  $x$  konvergiert die Reihe. Was gilt für  $x = \pm 1$ ?

### Aufgabe 4: Höhenlinien

Gegeben sei  $Z = f(x, y) = y^3 - xy + x$ . Durch welche Kurvenform wird die Höhenlinie  $Z = 1$  dargestellt? Skizzieren Sie die Höhenlinie.

### Aufgabe 5: Höhenlinien und Optimierung

Zeichnen sie die Höhenlinien der Funktion  $f(x, y) = x + 2y$ . Zeichnen sie den Einheitskreis in ihre Zeichnung ein. Bestimmen sie das Maximum der Funktion  $f(x, y)$  auf dem Einheitskreis, d.h.  $\max(x + 2y)$  mit  $x^2 + y^2 \leq 1$ .