



**Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann und Christian Carbogno
Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie**

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 5, verteilt am 13., 15. & 18. 5. 2009

Aufgabe 1: Reihen: Konvergenzkriterien

Untersuchen Sie die Konvergenz folgender Reihen:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+1} \right)^{2n}$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2(k^3 + 5)}{3^k + 1}$ (Hinweis : Majorante)

Aufgabe 2: Taylorentwicklung einfacher Funktionen

(a) Berechnen Sie die Taylorentwicklung

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

der Funktion $f(x) = \ln(1+x)$ um $x_0 = 0$.

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Taylorreihe $\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n$ mit Hilfe des Quotientenkriteriums:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = k$$

d.h. für welche Werte von x konvergiert die Reihe. Was gilt für $x = \pm 1$?

Aufgabe 3: Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen

Bestimmen Sie die Taylorreihe von $\sqrt[4]{16+x}$ bis zur 2. Ordnung und berechnen Sie damit $\sqrt[4]{17}$. Warum verwendet man nicht die aus dem Skript bekannte Entwicklung für $\sqrt[4]{1+x}$ und setzt dann $x = 16$ ein?