

Mechanische Grundlagen der Biomechanik

und

Biomechanische Prinzipie des Knochenbaus

Dr.-Ing. Ulrich Simon

UZWR

www.biomechanics.de



Information

Forschung

Lehre

Aktuelles

Publikationen

Institut für Unfallchirurgische Forschung und Biomechanik



© Institut für Unfallchirurgische Forschung und Biomechanik, [Impressum](#)
Letzte Änderung: 05.04.2006

www.uzwr.de

> UZWR

ulm university universität
uulm

Industrie-Kooperationen ▾ Forschung ▾ **Lehre ▾** Informationen ▾ 🔍

Ulmer Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (UZWR)

Das Ulmer Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (UZWR) ist ein interdisziplinärer Forschungsschwerpunkt der Universität Ulm.

“ UNSER NAME:
Wissenschaftliches Rechnen bedeutet -> Angewandtes Rechnen

Interessante anwendungsorientierte Forschungsfragen aus Wissenschaft und

Aktuelles

3. Workshop Resorbable Bone Implants
3. Workshop Resorbable Bone Implants
15. Juli 2016 →

SchülerInnen schnuppern Uni-Luft: Modellierungswoche

Biomechanik > Skripte

- Vorlesungen
- Doktorandenseminar
- Doktorarbeiten
- Biom. Summer Course

Skript zur FH- und Mediziner-Vorlesung
"Biomechanik" bzw. "Experimentelle Unfallchirurgie - Mechanics meets Biology"
für Studenten der Fachhochschule Ulm (Studiengang Medizintechnik)
und der Universität Ulm (Studiengang Medizin)
Alle Kapitel im pdf-Format (Adobe Reader oder Ähnliches erforderlich).

Kapitel	Dozent
Inhaltsverzeichnis	
Grundlagen der Biomechanik 1	U. Simon
Grundlagen der Biomechanik 2	U. Simon
Mehrkörperdynamik in der Biomechanik	
Biomechanik der Frakturstabilisierung	
Biomechanik der Frakturheilung	
Bildgebende Verfahren zur Knochenchirurgie	
Bänder und Bandersatz (Handout wird in Kürze veröffentlicht)	
Zellbiomechanik	
Knochen und Gelenke	
Biomechanik der Wirbelsäule 1 und 2	
Biomechanik der Gelenkendoprothetik 1	
Biokompatibilität und Biomaterialien (Academische Arbeit)	
Implantatprüfung und -zulassung	
Beispiele von biomech. Finite-Elemente-Analysen	
Computerunterstützte Chirurgie (Handout wird in Kürze veröffentlicht)	
Tissue-Engineering	A. Liedert
Sportbiomechanik	M. Freutel

Authentication Required



A username and password are being requested by http://www.biomech...
"Skripte"

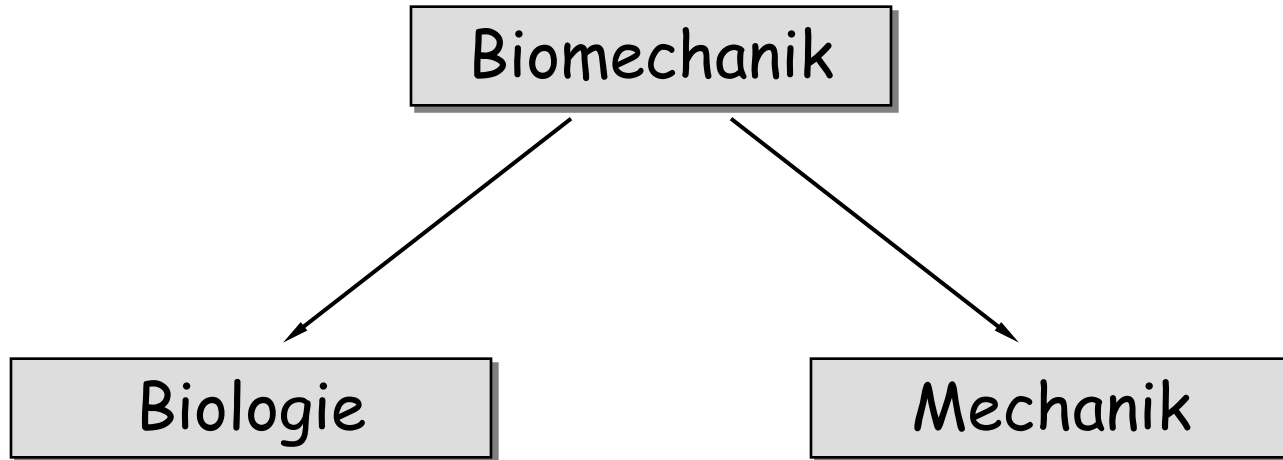
User Name: <wird bekannt gegeben>

Password: <wird bekannt gegeben>

OK

Cancel

Allgemeines



Ziel der Vorlesung:

Mechanische Grundlagen in anschaulicher Form auffrischen.

Gliederung Vorlesung 1

1.4. Statik starrer Körper

- 1.4.1. Die Kraft
- 1.4.2. Das Schnittprinzip (von Euler)
- 1.4.3. Zusammenfassen und Zerlegen von Kräften
- 1.4.4. Das Moment
- 1.4.5. Moment einer Kraft bezüglich eines Punkts
- 1.4.6. Freikörperbild
- 1.4.7. Statisches Gleichgewicht
- 1.4.8. Rezept zum Lösen von Aufgaben aus der Statik
- 1.4.9. Rechenbeispiel „Bizepskraft“

1.5. Elastostatik / Festigkeitslehre

- 1.5.1. Die Spannung
- 1.5.2. Beispiel: Zugspannung im Muskel
- 1.5.3. Normal- und Schubspannungen
- 1.5.4. Dehnungen
- 1.5.5. Materialgesetze
- 1.5.6. Einfache Lastfälle

1.6. Kinematik

- 1.6.1. Koordinatensysteme
- 1.6.2. Translation und Rotation
- 1.6.3. Weg und Winkel
- 1.6.4. Geschwindigkeit
- 1.6.5. Beschleunigung
- 1.6.6. Zusammenfassung

1.7. Kinetik / Dynamik

- 1.7.1. d'Alembertsches Prinzip
- 1.7.2. Energie, Arbeit, Leistung

Größen, Dimensionen, Einheiten

Standard: ISO 31, DIN 1313

Größe = Zahlenwert · Einheit

Länge $L = 2 \cdot \text{m} = 2 \text{ m}$

{Größe} = Zahlenwert

[Größe] = Einheit

falsch: ~~Länge L [m]~~

richtig: Länge L / m
oder Länge L in m

SI-Basiseinheiten (Mechanik):

m (Meter), kg (Kilogramm), s (Sekunde)

Einheitensysteme

Basiseinheiten			Abgeleitete Einheiten					Bemerkung
Länge	Masse	Zeit	Kraft	Spannung	Dichte	Beschl.	...	
m	kg	sec	N	Pa	kg/m ³	m/sec ²	...	SI-Einheiten
mm	t	sec	N	MPa	t/mm ³	mm/sec ²	...	Organ-Level
µm	t	sec	mN	GPa	Tissue-Level

[...] bedeutet Einheit von ...

Zu Zeile 1:

$$[\text{Kraft}] = [\text{Masse}] \cdot [\text{Länge}] / [\text{Zeit}]^2$$

$$[\text{Spannung}] = [\text{Kraft}] / [\text{Länge}]^2$$

$$[\text{Dichte}] = [\text{Masse}] / [\text{Länge}]^3$$

...

Zu Zeile 2:

1. Wahl: mm

2. Wahl: N

3. Wahl: sec

$$[\text{Masse}] = ?$$

$$[\text{Kraft}] = [\text{Masse}] \cdot [\text{Länge}] / [\text{Zeit}]^2$$

$$[\text{Masse}] = [\text{Kraft}] \cdot [\text{Zeit}]^2 / [\text{Länge}]$$

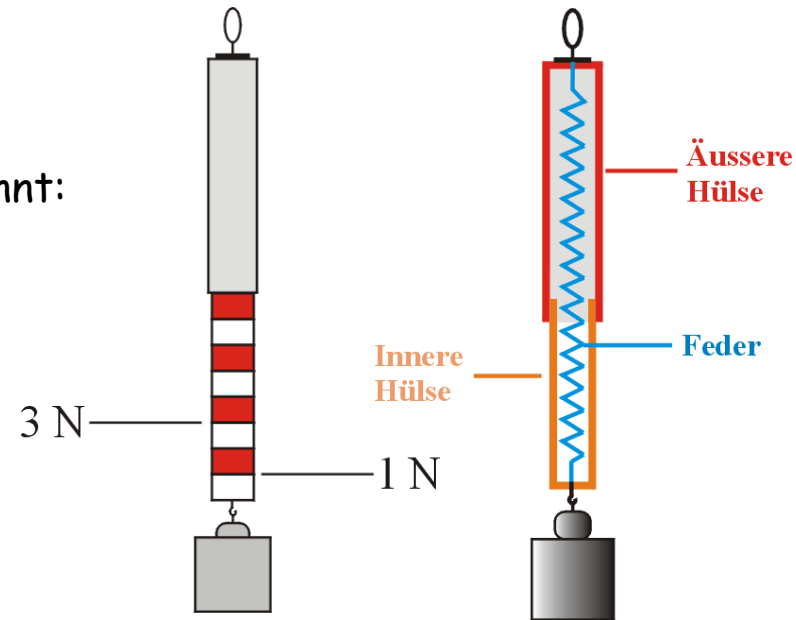
$$= (\text{kg} \cdot \text{m} / \text{sec}^2) \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}$$

$$= 1000 \text{ kg}$$

$$= \dagger$$

Die Kraft

- Der Kraft-Begriff ist aus dem Alltag gut bekannt: Antriebskraft, Muskelkraft, Arbeitskraft, ...
- aber eigentlich axiomatisch, d.h. ohne strenge Definition
- „Kraft“ ist eine Erfindung, keine Entdeckung
- Kräfte können nicht direkt gemessen werden.



Zweites Newtonsches Axiom:

Kraft = Masse · Beschleunigung oder $F = m \cdot a$

Zum Merken:

Die Kraft ist die Ursache für eine Beschleunigung (Bewegungsänderung) oder eine Verformung (Dehnung) eines Körpers.

Die Einheit der Kraft

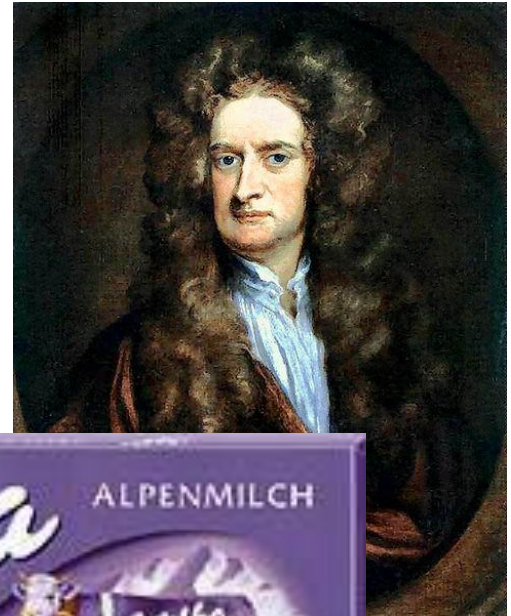
Newton

$$N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$= 0,102 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg}$$

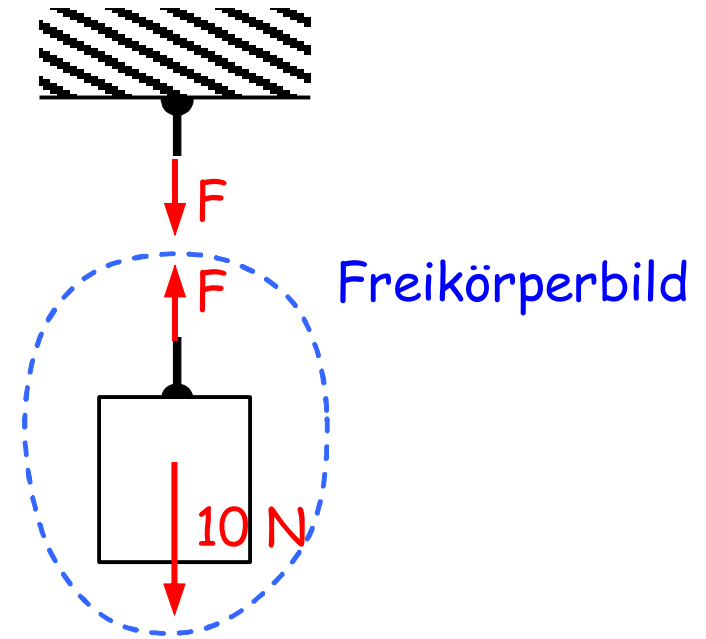
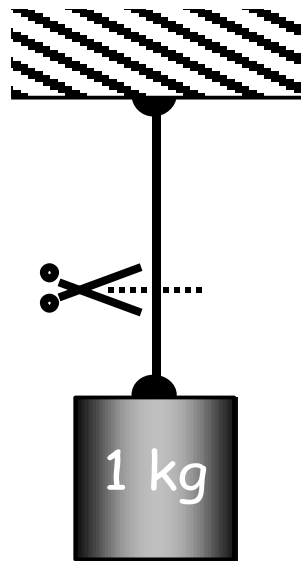
$$= 1 \text{ N}$$



Zum Merken:

Gewichtskraft einer Tafel Schokolade \approx 1 Newton

Schnittprinzip (Euler) und Freikörperbild



Zum Merken:

Erst schneiden dann Kräfte und Momente eintragen.

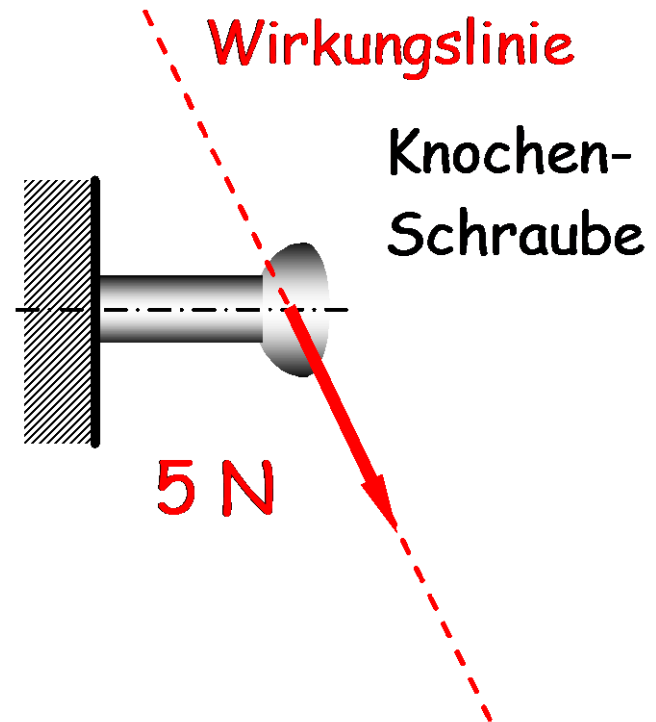
Freikörperbild = völlig freigeschnittenes Teilsystem

Darstellen von Kräften

... mit Pfeilen

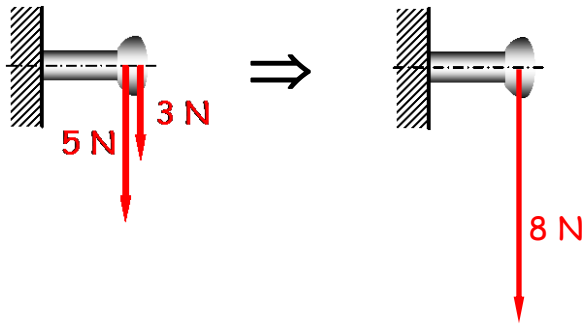
Kräfte sind *vektorielle*
Größen

- Betrag
- Richtung
- Richtungssinn

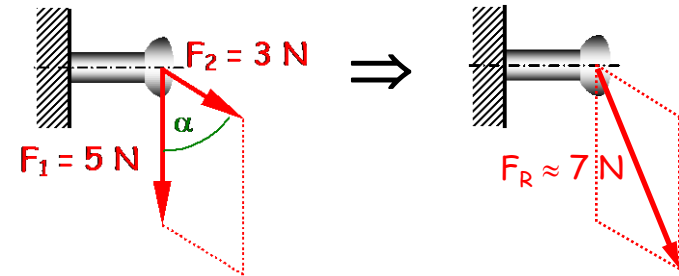


Zusammenfassen und Zerlegen von Kräften

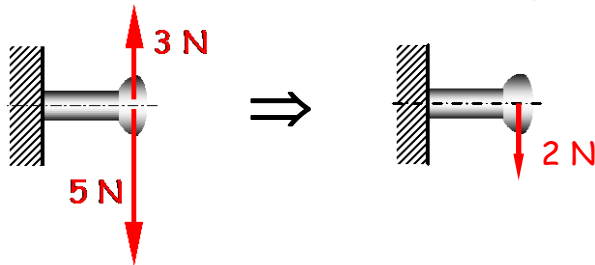
Addition der Beträge



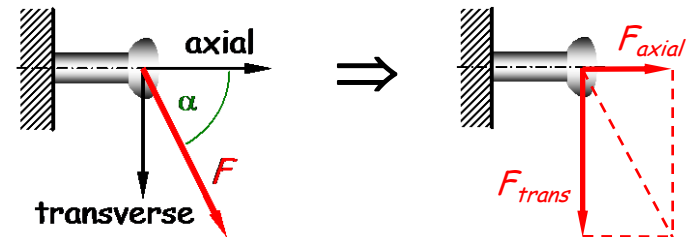
Vectoraddition



Subtraktion der Beträge

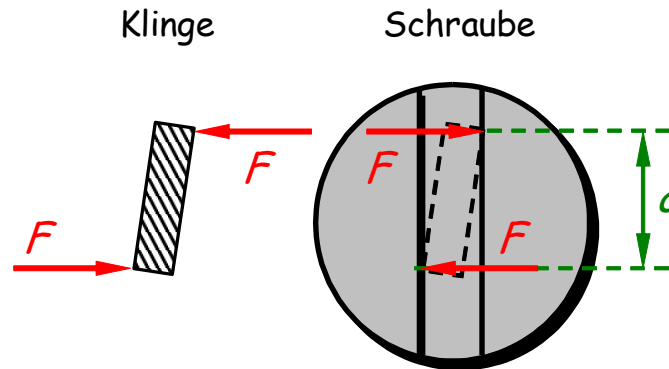
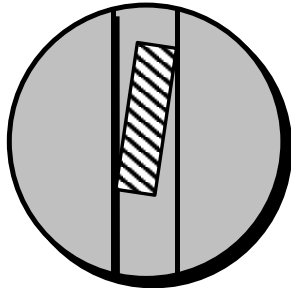


Zerlegung in Komponenten

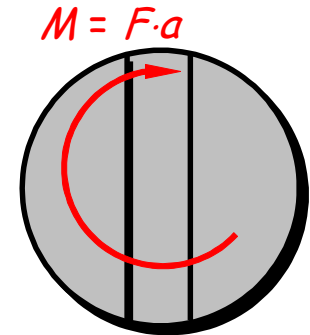


Das Moment

Schlitzschraube mit
Schraubenzieher-
Klinge (belastet)



Kräftepaar (F, a)



Moment M

Zum Merken:

Ein Moment ist die Ursache für eine Dreh-Beschleunigung (Bewegungsänderung) oder eine (Dreh-) Verformung (Torsion, Biegung) eines Körpers.

Zum Denken:

Moment gleich "Drehkraft"

Einheit des Moments

Newton-Meter

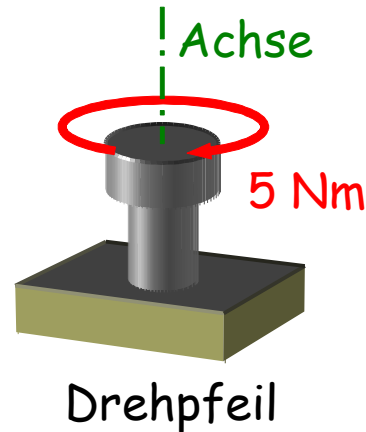
$$\text{N}\cdot\text{m} = \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

Darstellung von Momenten

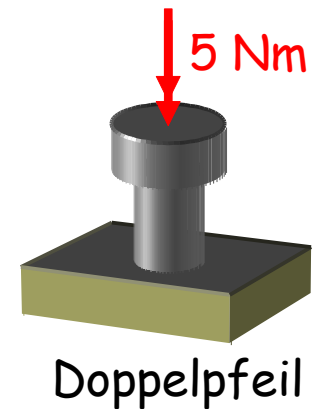
... mit Drehpfeilen oder Doppelpfeilen

Momente sind *vektorielle* Größen

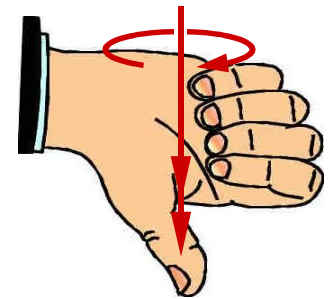
- Betrag
- Richtung
- Richtungssinn



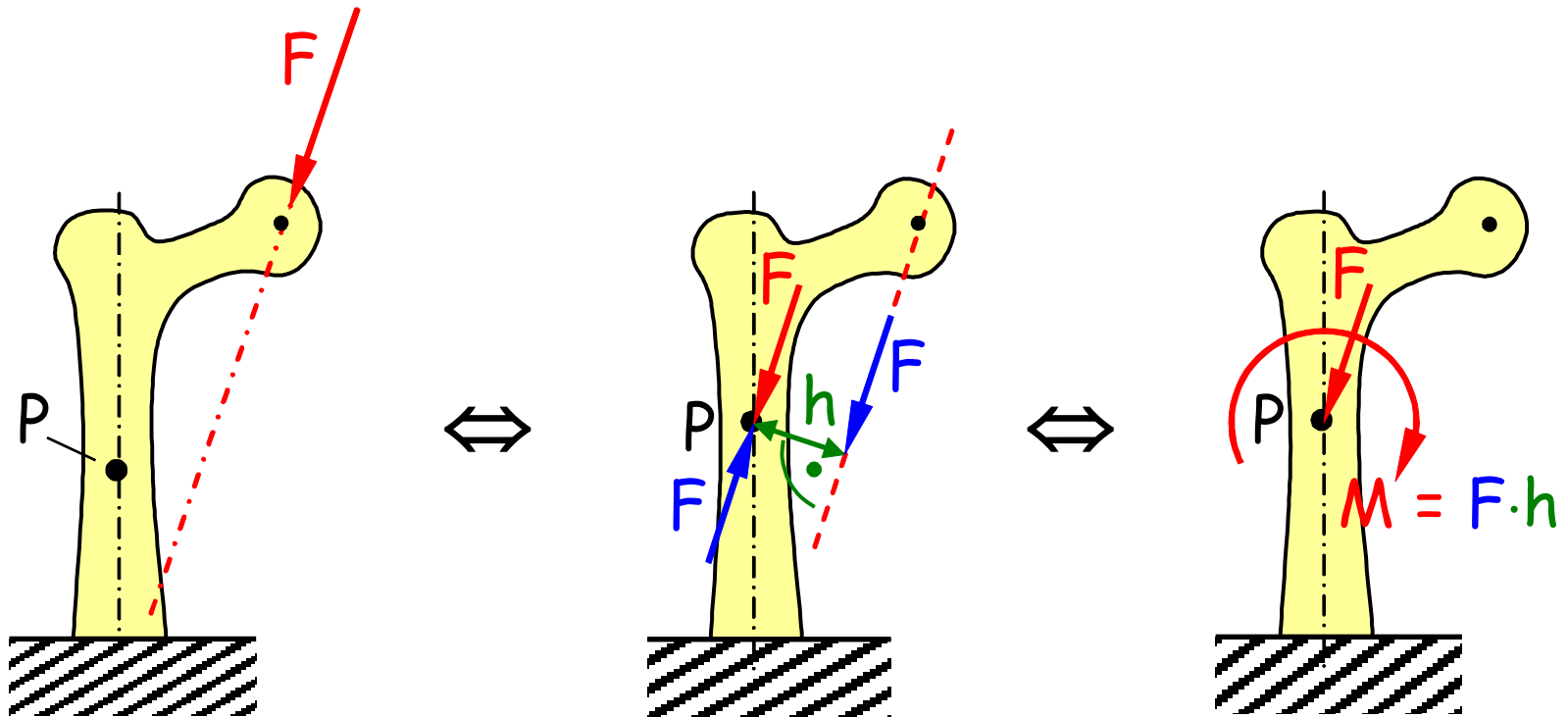
oder



Rechte-Hand-Regel:



Moment einer Kraft bezüglich eines Punktes P



Zum Merken:

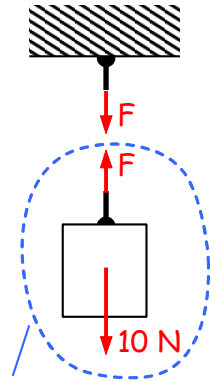
Moment = Kraft mal Hebelarm

(Hebelarm senkrecht zur Wirkungslinie)

Statisches Gleichgewicht

Wichtig:

Gleichgewicht nur an "Freikörperbildern"



Freikörperbild innerhalb der Hüllfläche

Für ein **ebenes** (2D) Problem gelten **drei** Gleichungen:

Summe aller Kräfte in x - Richtung: $F_{1,x} + F_{2,x} + \dots = 0$,

Summe aller Kräfte in y - Richtung: $F_{1,y} + F_{2,y} + \dots = 0$,

Summe aller Momente bezüglich P: $M_{1,z}^P + M_{2,z}^P + \dots = 0$.

(Für ein **räumliches** (3D) Problem gelten **sechs** Gleichungen)

Lösungsrezept

Schritt 1: Modellbildung. Generieren eines Ersatzmodells (Skizze mit Geometrie, Lasten, Einspannungen). Weglassen unwichtiger Dinge. Das "reale System" muss abstrahiert werden.

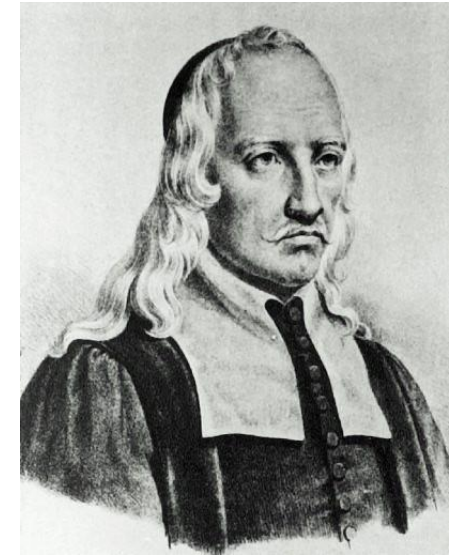
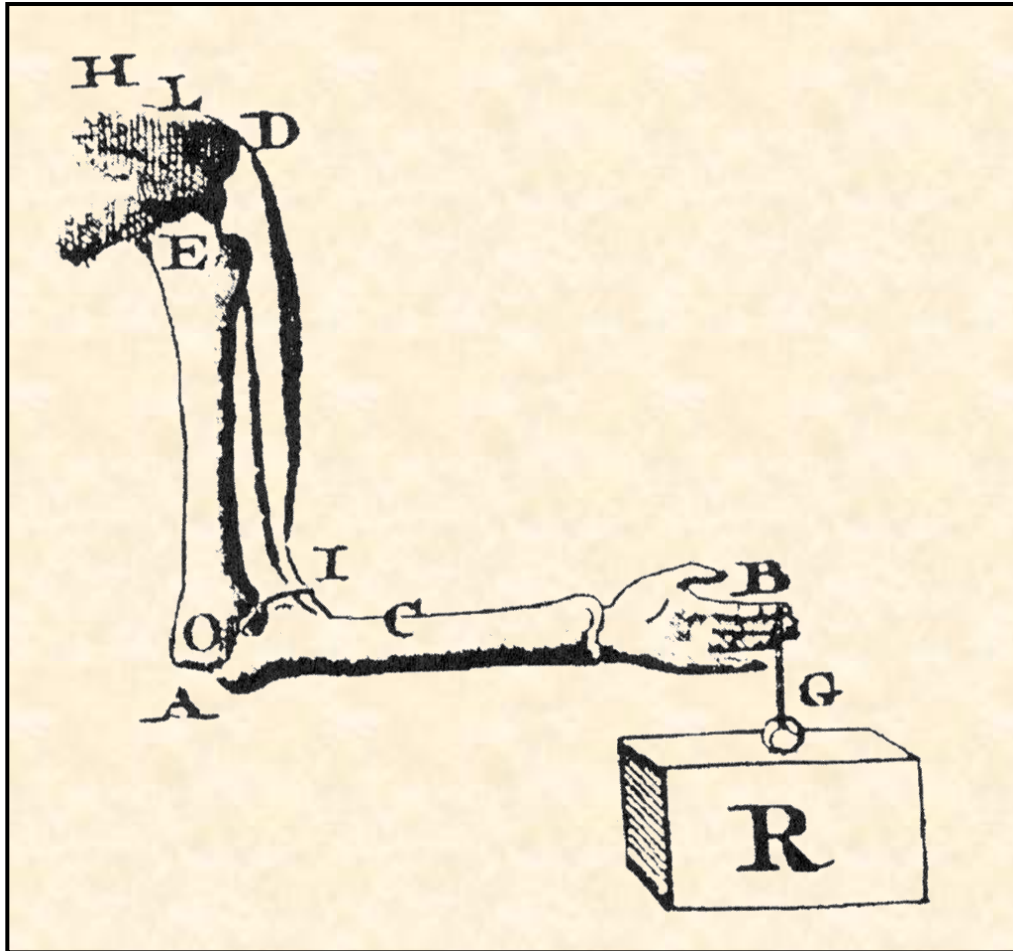
Schritt 2: Schneiden, Freikörperbilder. System aufschneiden, Schnittkräfte und Schnittmomente eintragen,

Schritt 3: Gleichgewicht. Kräfte- und Momentengleichgewichte für Freikörper anschreiben.

Schritt 4: Gleichungen lösen.

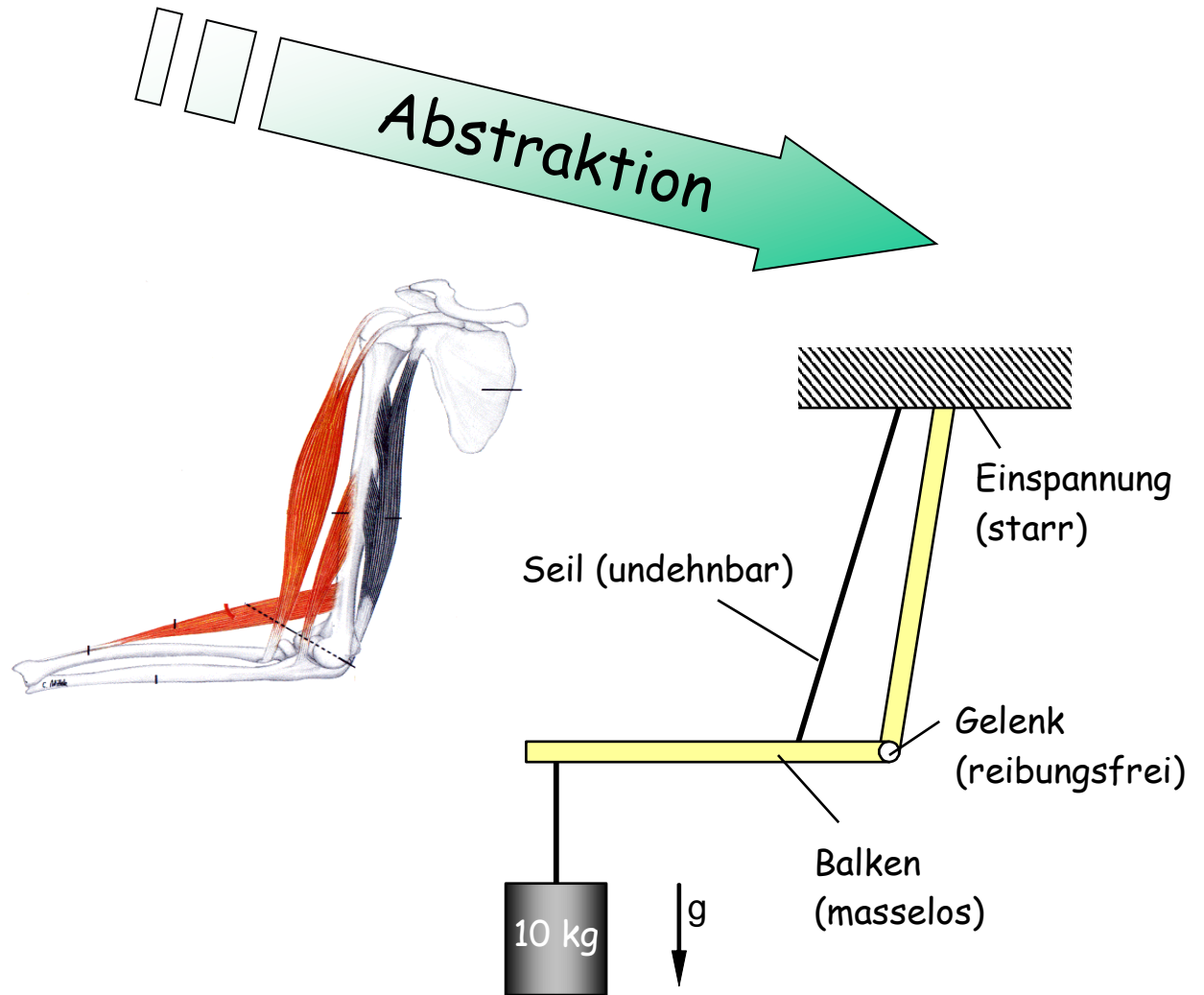
Schritt 5: Ergebnis deuten, verifizieren, mit Experiment vergleichen; Plausibilität prüfen.

Klassisches Rechenbeispiel: "Bizeps-Kraft"

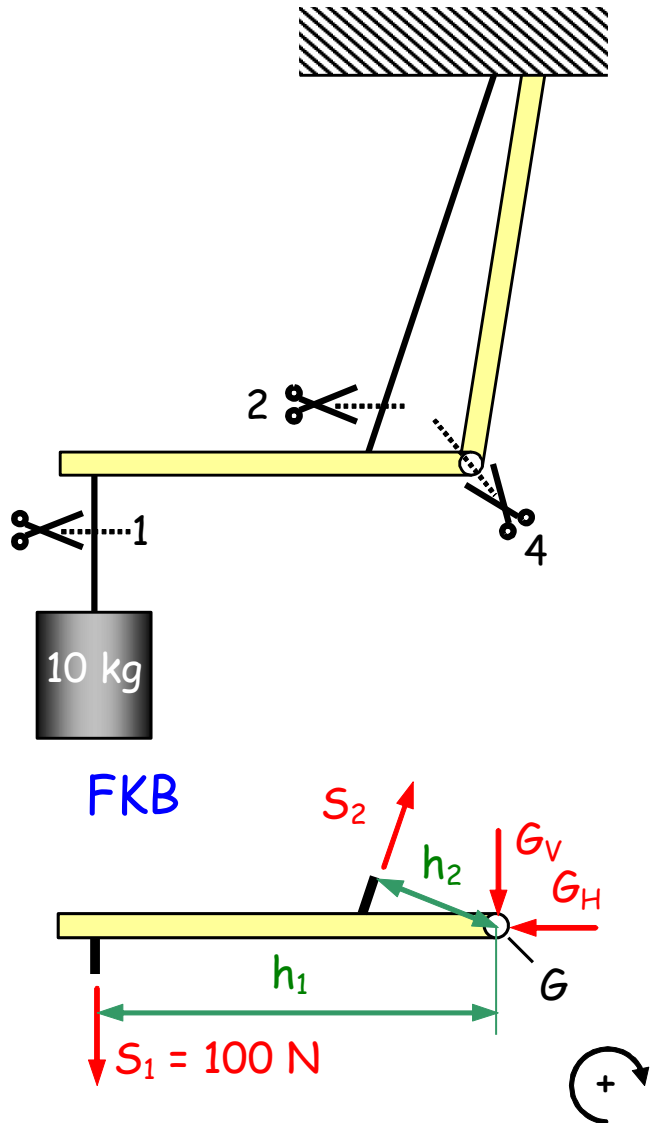


Aus:
„De Motu Animalium“
von
G.A. BORELLI
(1608-1679)

Schritt 1: Modellbildung



Schritt 2: Schneiden und Freikörperbilder



Schritt 3: Gleichgewicht

Schritt 4: Gleichungen lösen

Summe aller Momente bezügl. Punkt $G = 0$

$$-S_1 \cdot h_1 + S_2 \cdot h_2 = 0$$

$$-100 \text{ N} \cdot 35 \text{ cm} + S_2 \cdot 5 \text{ cm} = 0$$

$$\Rightarrow S_2 = 100 \text{ N} \cdot \frac{35 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \underline{\underline{700 \text{ N}}}$$

Das ist das siebenfache der Last!

Elastostatik / Festigkeitslehre

Spannungen



Fotos: Lutz Dürselen

Zum Merken:

Spannung = „verschmierte“ Schnittkraft,

Spannung = Kraft pro Fläche oder $\sigma = F/A$

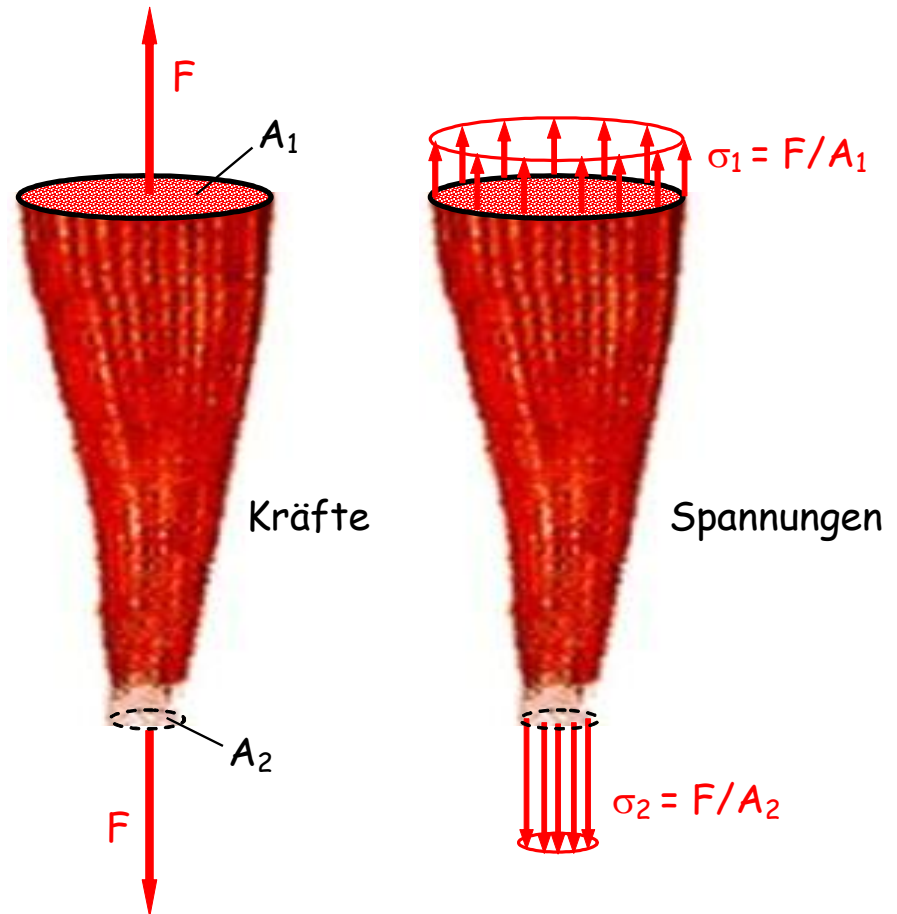
Einheit der Spannung

Mega-Pascal: $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$

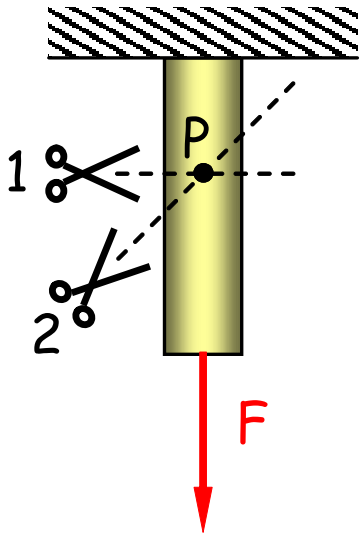
Pascal: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

Beispiel:

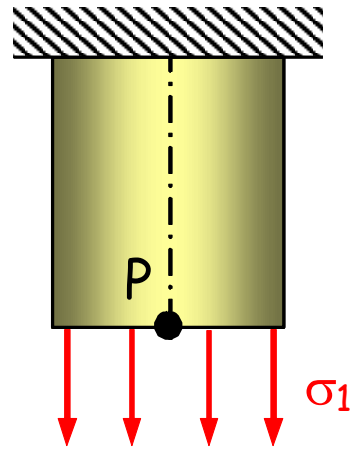
Zugspannung im Muskel



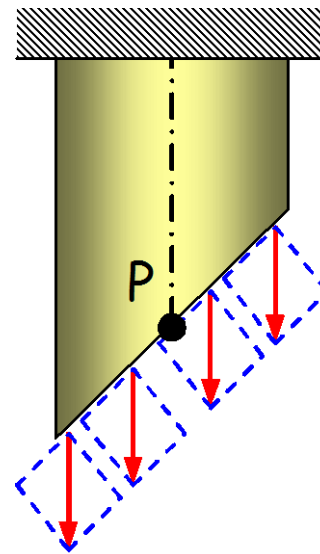
Normal- und Schubspannungen



Zugstab



Schnitt 1:
mit Normalspannung σ_1



Schnitt 2:
mit Normalspannung σ_2
und Schubspannung τ_2

Normal- und Schubspannungen

Zum Merken:

Erst Schnitt, dann Art und Größe der Spannung.

Normalspannungen (Zug- und Drucksp.) senkrecht zur Schnittfläche

Schubspannungen stehen parallel zur Schnittfläche.

Allgemeiner (3D) Spannungszustand ...



... in einem Punkt des Körpers:

- Drei Spannungskomponenten in einem Schnitt (Normalsp., 2x Schubsp.)
mal
- Drei Schnitte (z.B. frontal, sagittal, transversal)
gleich
- Neun Spannungskomponenten, die den vollständigen 3d Spannungszustand in einem Punkt im Körper kennzeichnen.
- Sechs Komponenten davon sind unabhängig („Gleichheit der Schubsp.“)

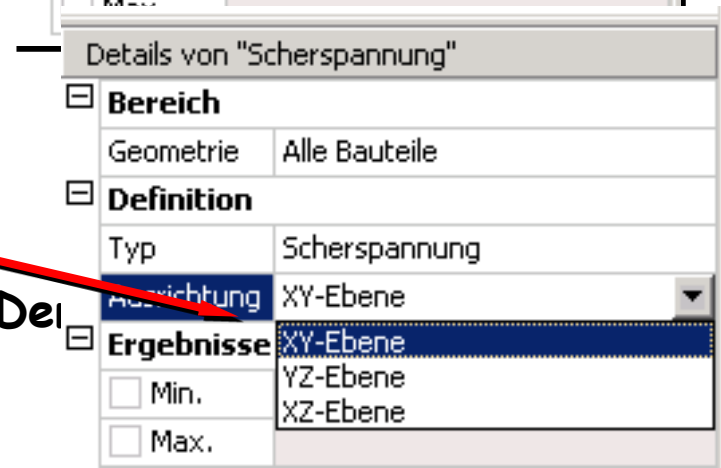
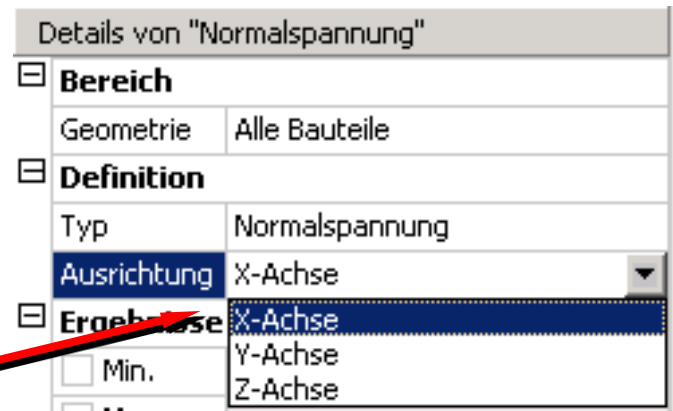
$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Der „Spannungstensor“

Allgemeiner Spannungszustand ...

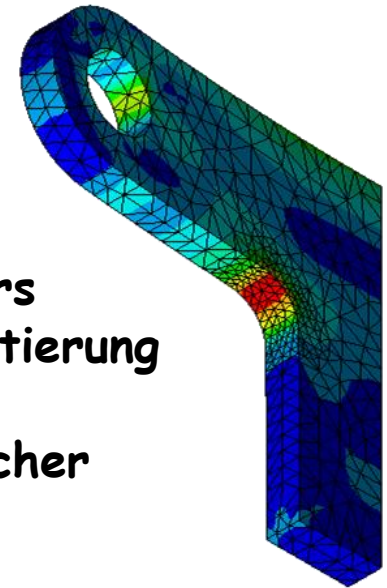
Sechs Komponenten

- Vergleichs- (von Mises)
- Max. im Hauptachsensystem
- Mittlere im Hauptachsensystem
- Min. im Hauptachsensystem
- Max. Schub
- Vergleichs- (Tresca)
- Normal
- Schub
- Hauptvektor
- Fehler



Dei

- Problem: Will man bunte Bilder machen, muss man sich für eine Komponente entscheiden.
- Aber welche soll man nehmen?
- Man kann statt einer einzelnen auch „Mischungen“ der Komponenten- verwenden.
- So genannte „Invarianten“ sind nichts weiter als besonders „schlaue“ Mischungen bei denen unabhängig von der Orientierung des Koordinatensystems das selbe rauskommt: „Hauptspannungen“, „Von-Mises-Spannung“, „Hydrostatischer Spannungsanteil“, „Oktaeder-Schubspannung“, ...



- ☐ Vergleichs- (von Mises)
- ☐ Max. im Hauptachsensystem
- ☐ Mittlere im Hauptachsensystem
- ☐ Min. im Hauptachsensystem
- ☐ Max. Schub
- ☐ Vergleichs- (Tresca)
- ☐ Normal
- ☐ Schub

$$\sigma_{Mises} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx} \sigma_{yy} - \sigma_{xx} \sigma_{zz} - \sigma_{yy} \sigma_{zz} + 3 \tau_{xy}^2 + 3 \tau_{xz}^2 + 3 \tau_{yz}^2}$$

Dehnungen

DETAILS

- **Seiltyp:** Einfachseil
- **Durchmesser:** 10.5 mm
- **Imprägnierung:** ohne
- **Gewicht:** 72 g pro Meter
- **Fangstoß:** 9.6 kN
- **Anz. Stürze:** 10
- **Mantelverschiebung:** 0 mm
- **Dehnung statisch:** 7.7 %
- **Dehnung dynamisch:** 32 %
- **Knotbarkeit:** 0.7
- **Farbe:** mix



Zum Merken:

Dehnung = relative Längenänderung (Winkeländerung)

Definition der Dehnung

Dehnung := $\frac{\text{Längenänderung}}{\text{Ursprungslänge}}$

$$\varepsilon := \frac{\Delta L}{L_0}$$

Einheit der Dehnung

Ohne Einheit, also z.B.:

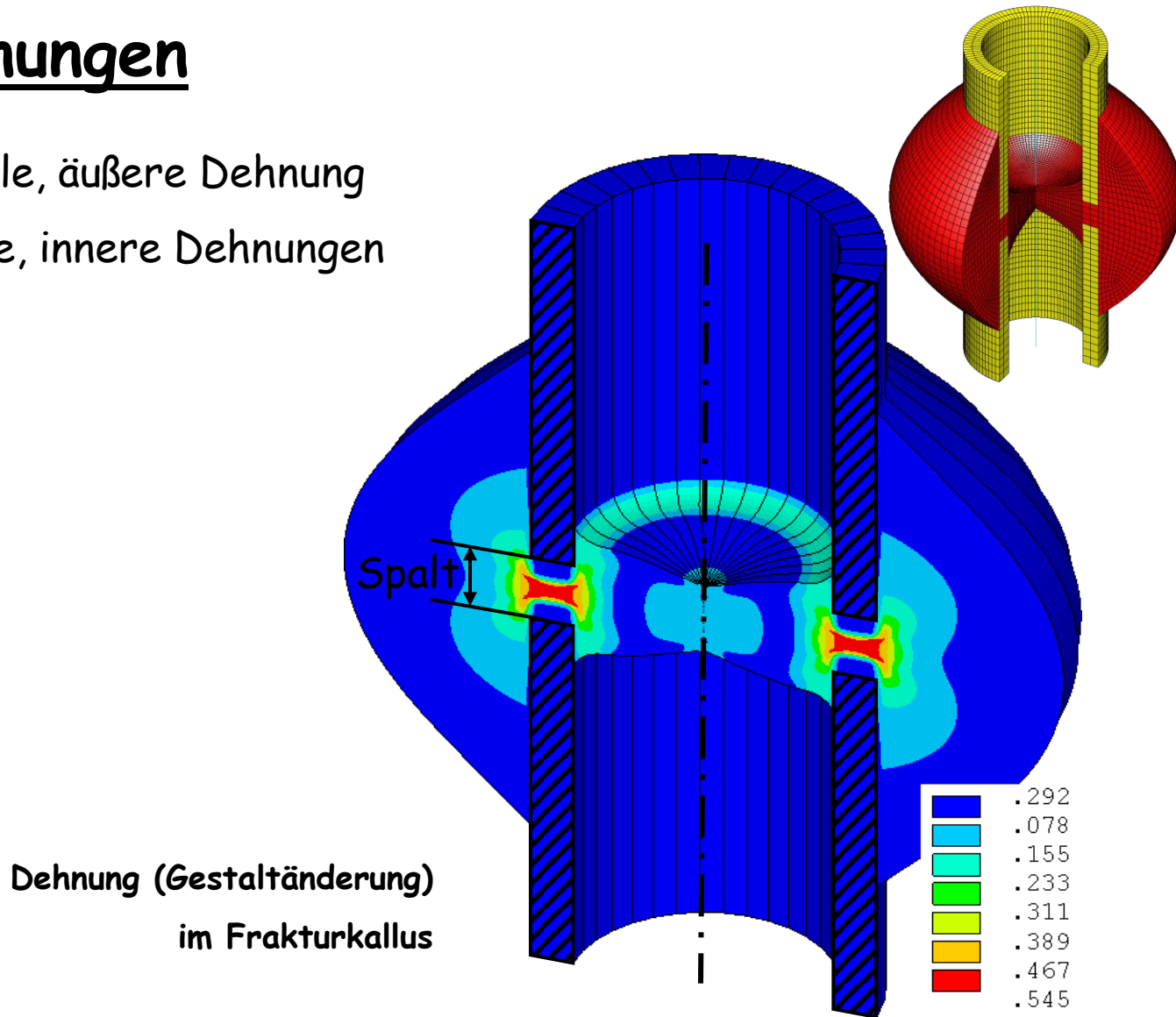
1

1/100 = %

1/1.000.000 = $\mu\varepsilon$ (micro strain) = 0,1 %

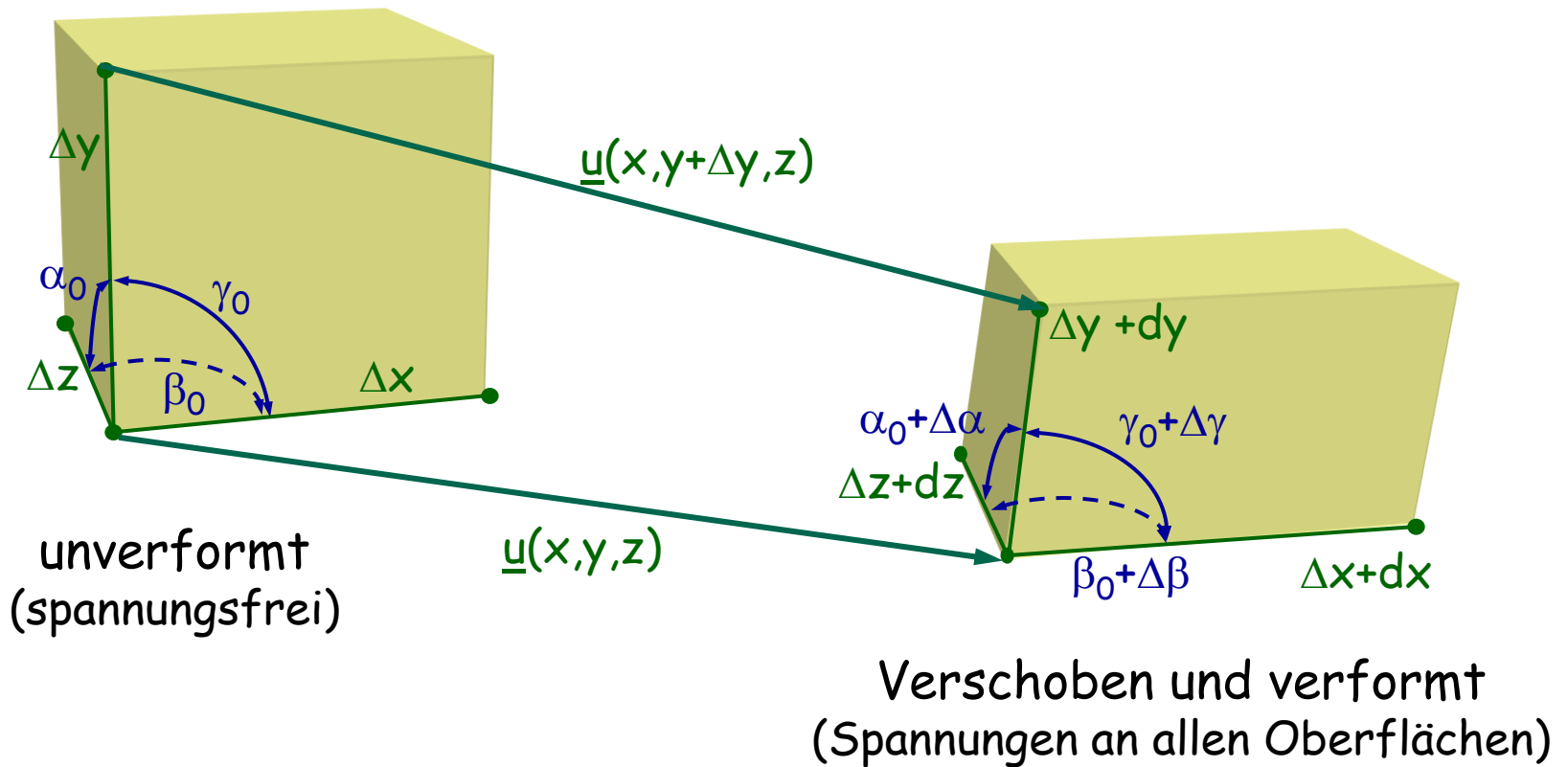
Dehnungen

- Globale, äußere Dehnung
- Lokale, innere Dehnungen



Definition des lokalen Dehnungszustands

Infinitesimales Testvolumen $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$





Definition des lokalen Dehnungszustands

$$\varepsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{dx}{\Delta x}, \quad \varepsilon_{yy} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{dy}{\Delta y}, \quad \varepsilon_{zz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{dz}{\Delta z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \Delta \gamma, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \cdot \Delta \beta, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \cdot \Delta \alpha$$

Längenänderung aus Verschiebungszustand \underline{u}

$$\varepsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{dx}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u_x(x + \Delta x) - u_x(x)}{\Delta x} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = u_{x,x}$$

Universelle Definition der Dehnungskomponenten

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = \{x, y, z\}$$

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Der „Dehnungstensor“

Werkstoffgesetze

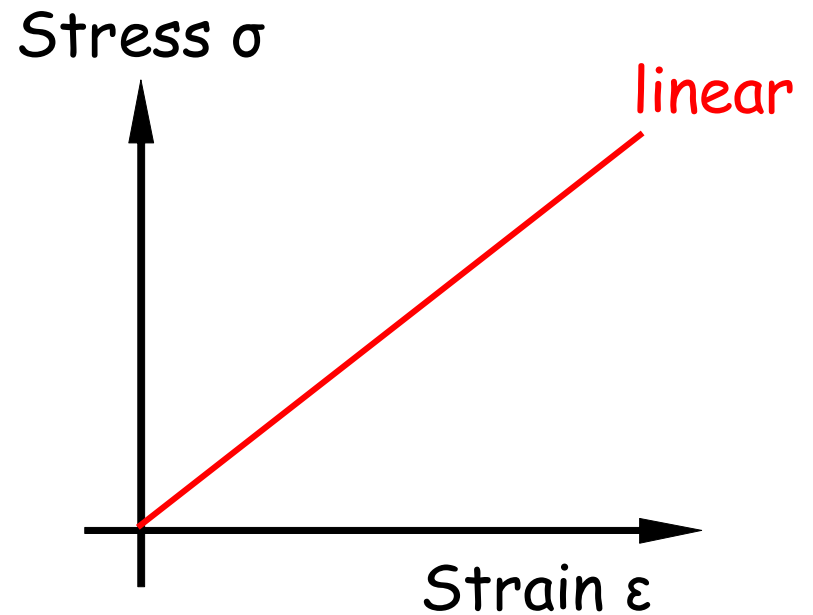
... verknüpfen Spannungen und Dehnungen miteinander

Lineares Werkstoffgesetz

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$$



- Voll besetzter Tensor 4. Stufe für drei Dimensionen 81 Parameter (9x9)
- Gleichheit einander zugeordneter Schubspannungen (Boltzmann Kontinua) und Scherdehnungen 36 Parameter (6x6)

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$$

- Maxwellscher Reziprozitätssatz (Satz von Betty) 21 Parameter
- Orthotrop (trabekulärer Knochen) 9 Parameter
- Transverse Isotrop (kortikaler Knochen) 5 Parameter
- Isotrop 2 Parameter

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

sym

- E - Elastizitätsmodul, E-Modul [Young's modulus]
 ν - Querkontraktionszahl [Poisson's ratio] (0 ... 0.3 ... 0.5)

Zum Merken:

Ein linear-elastisches, isotropes Werkstoffverhalten wird durch zwei Werkstoffparameter gekennzeichnet:

z.B.: E und ν

Ein allgemeines anisotropes Werkstoffgesetz besitzt 21 Werkstoffparameter.

Zwei von:

E - Elastizitätsmodul, E-Modul [Young's modulus]

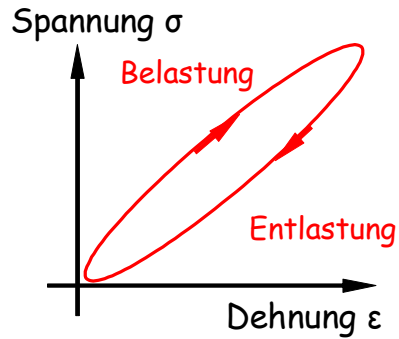
ν - Querkontraktionszahl [Poisson's ratio] (0 ... 0.3 ... 0.5)

G - Schubmodul [Shear modulus]

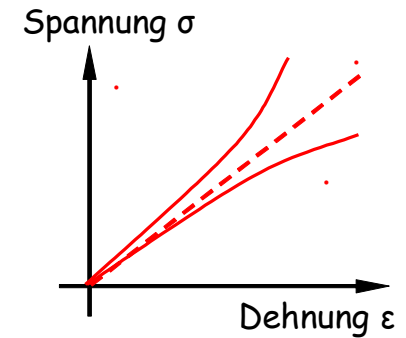
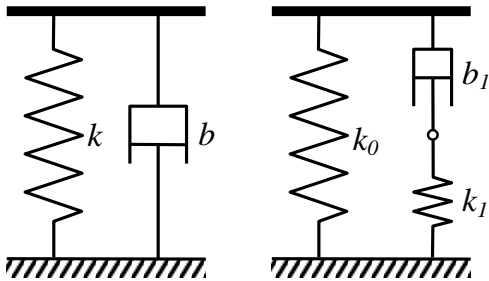
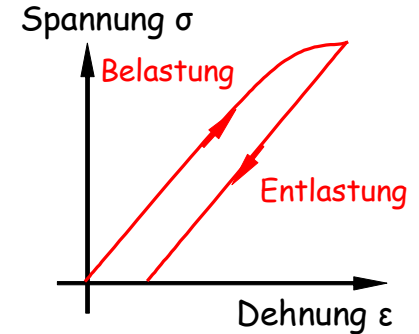
K - Kompressionsmodul [Bulk modulus]

μ, λ - Lamesche Konstanten [Lame Constants]

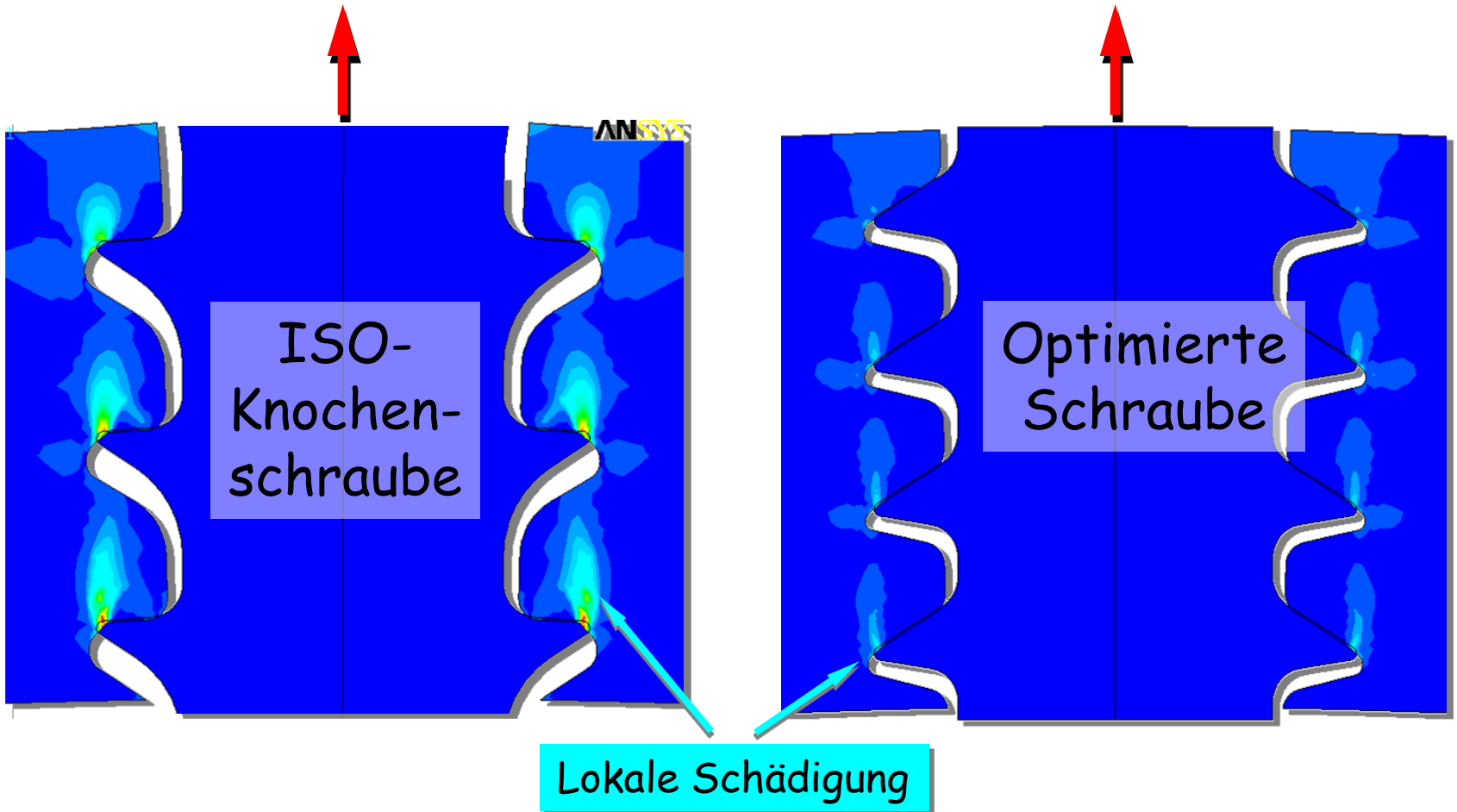
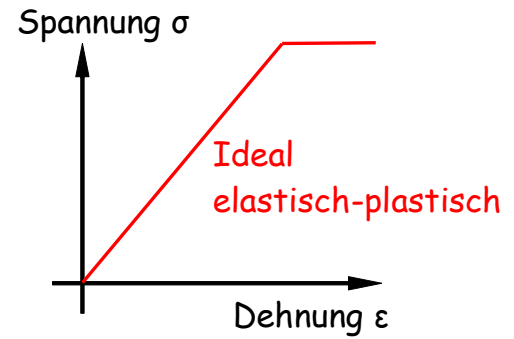
Kompliziertere Werkstoffgesetze:



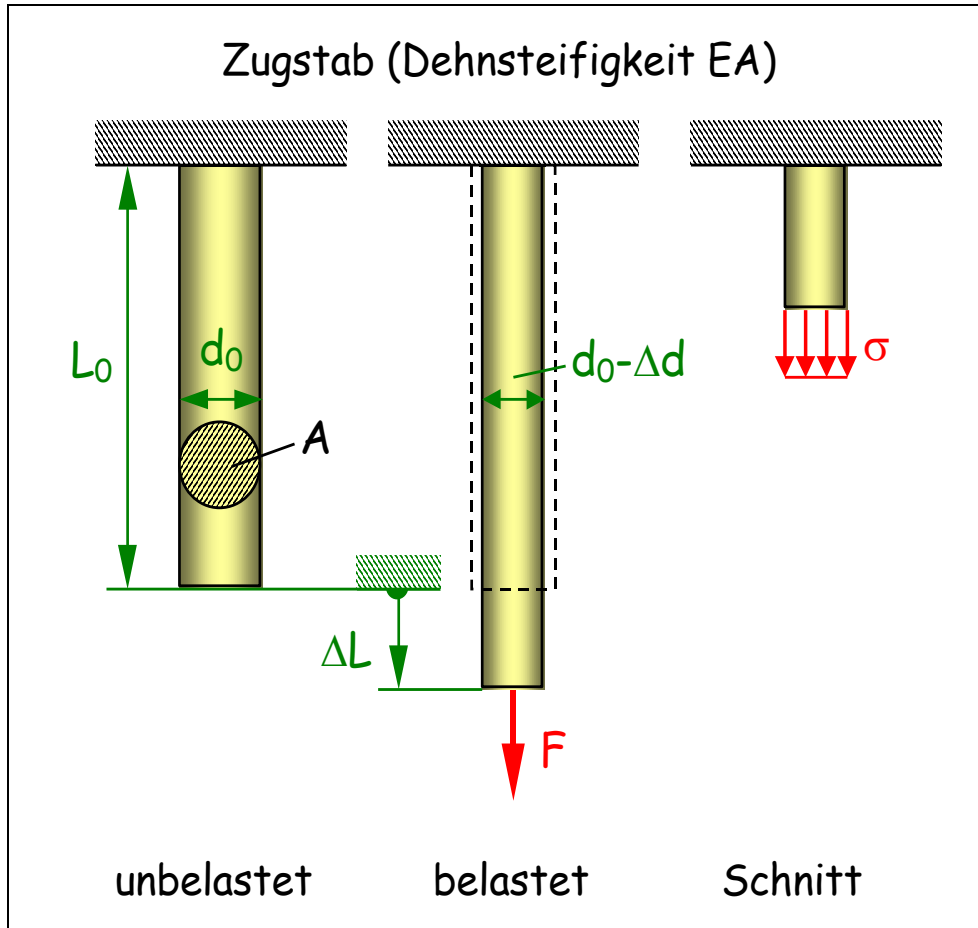
- Nicht-linear
- Nicht-elastisch
- Anisotrop
- Viskoelastisch, Typ: innere Dämpfung
- Viskoelastisch, Typ: Gedächtniseffekt



Plastische Dehnungen

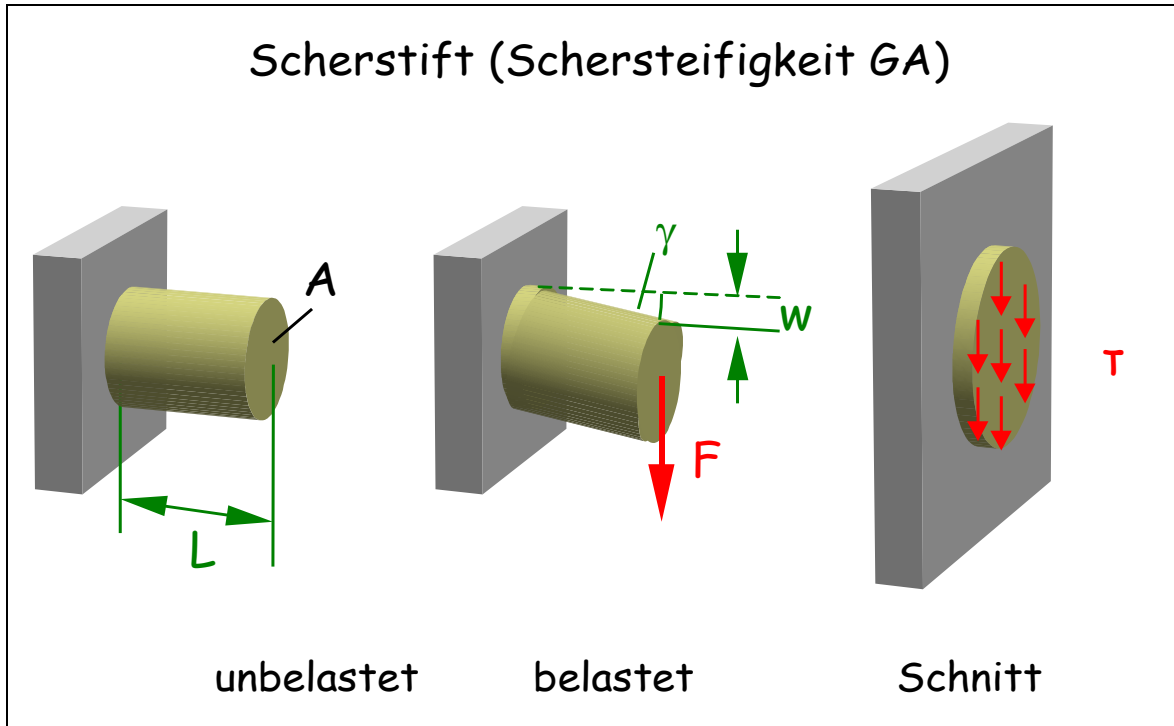


Einfache Lastfälle: 1. Zug und Druck



$$F = \frac{EA}{L_0} \Delta L, \quad k = \frac{EA}{L_0}$$

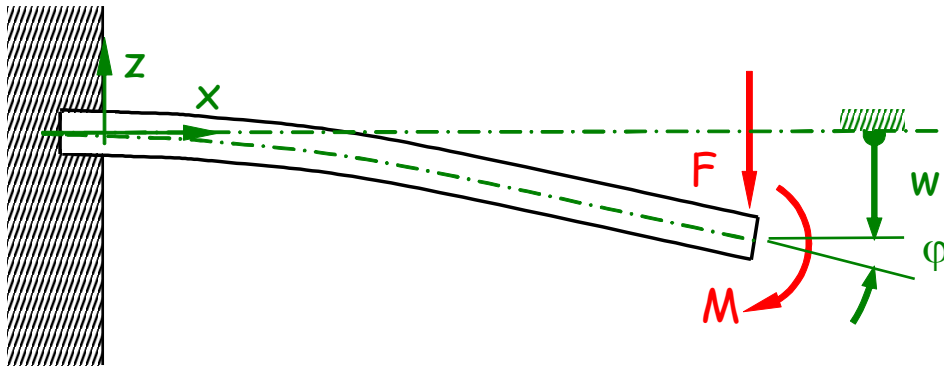
2. Scherung



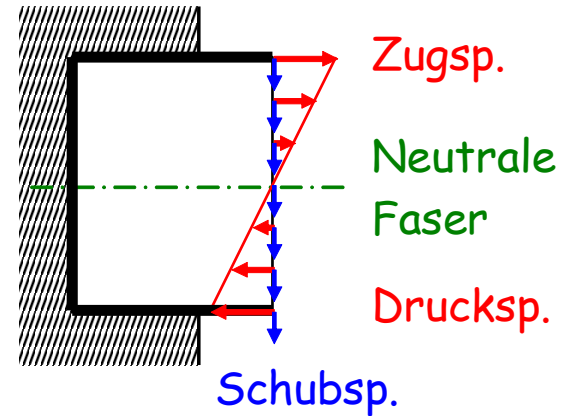
$$F = \frac{GA}{L} w, \quad k = \frac{GA}{L}$$

3. Biegung (Kragbalken)

Kragbalken (Biegesteifigkeit EI_a , Länge L)



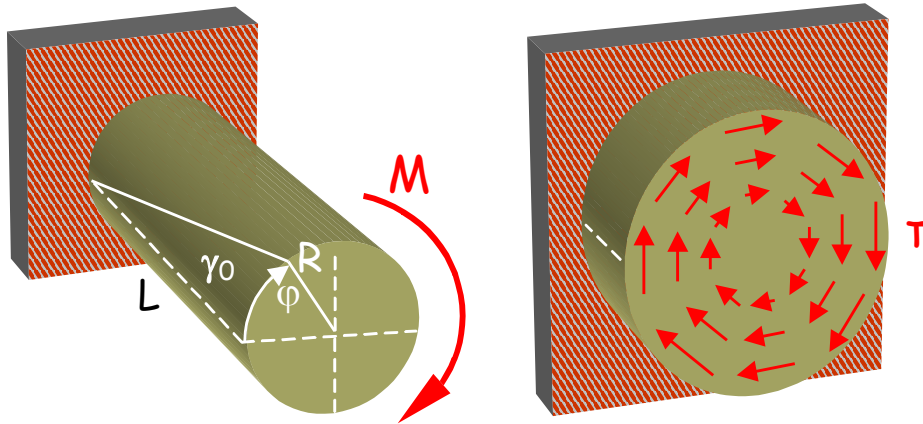
Schnitt



$$w = \frac{L^3}{3EI_a} F + \frac{L^2}{2EI_a} M,$$
$$\varphi = \frac{L^2}{2EI_a} F + \frac{L}{EI_a} M.$$

4. Torsion

Torsionsstab (Torsionssteifigkeit GI_T)



Länge L , Radius r

Schnitt

$$M = \frac{GI_T}{L} \phi, \quad c = \frac{GI_T}{L}$$

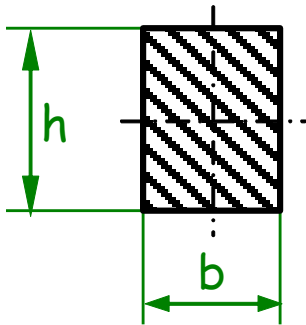
Zum Merken:

Der Röhrenknochen hat eine günstige (materialsparende) Gestalt bei Torsions- und Biegebeanspruchungen.

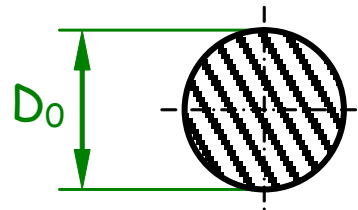
Flächenmoment 2. Grades (früher: „Flächenträgheitsmomente“) [Second Moment of Area]

$$I_{yy} := \int_A r_z^2 dA$$

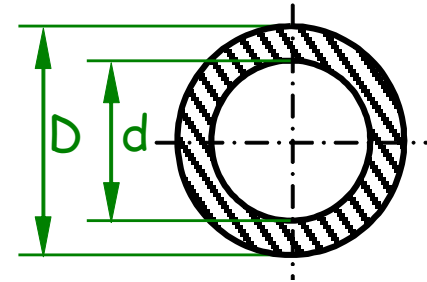
Rechteck:



Vollkreis:



Rohr:



Axiales Flächenmoment zweiten Grades (Biegung)

$$I_a = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_a = \frac{\pi}{64} D_0^4$$

$$I_a = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

Polares Flächenmoment zweiten Grades (Torsion)

$$I_T = I_P = \frac{\pi}{32} D_0^4$$

$$I_T = I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$



Kinematik und Dynamik

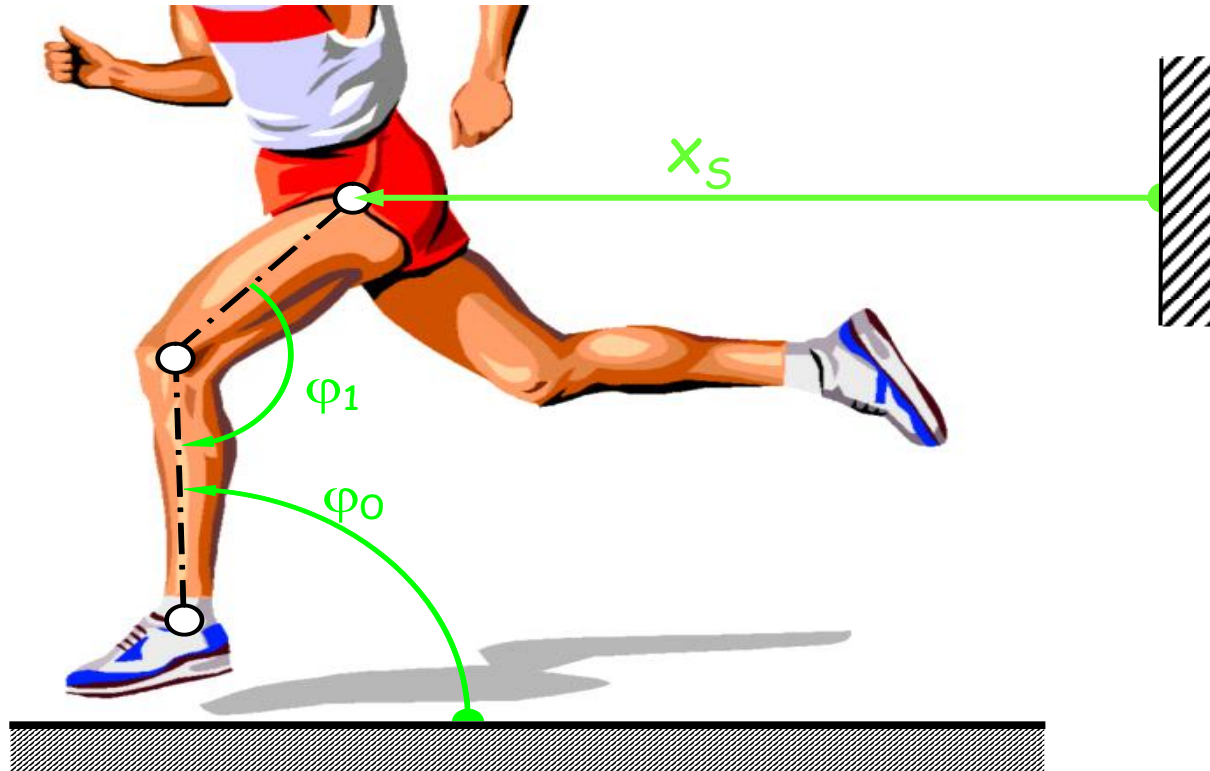
Kinematik

- Beschreibt und analysiert Bewegungen, ohne Kräfte zu betrachten.
- Bei starren Körpern genügen endlich viele Koordinaten zur Beschreibung.
- Koordinaten beschreiben die Lage der Körper zu jedem Zeitpunkt.
- In der Biomechanik: *Ganganalyse, Gelenkkinematik*.

Zum Merken:

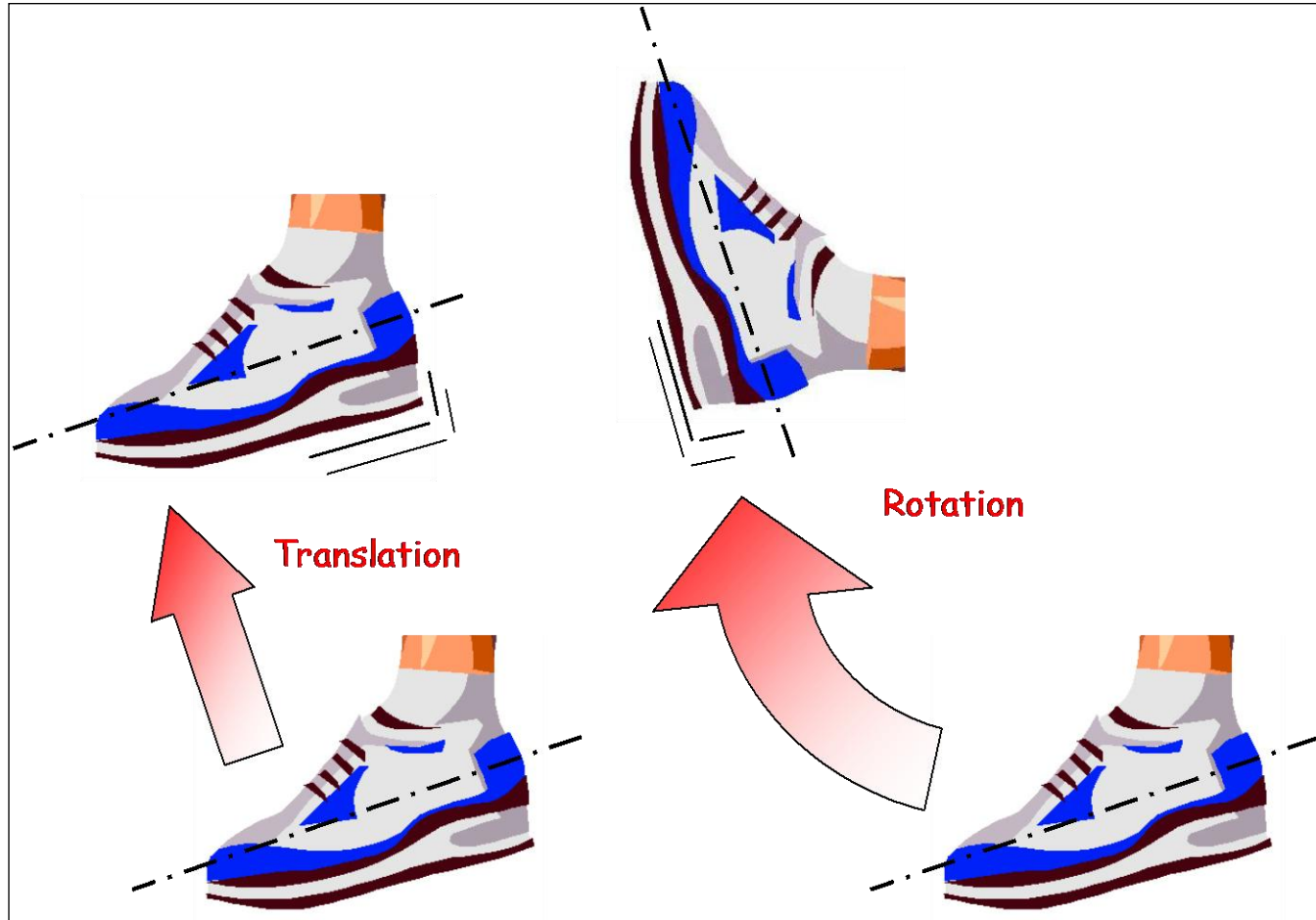
Kinematik = zeitveränderliche Geometrie

Koordinaten



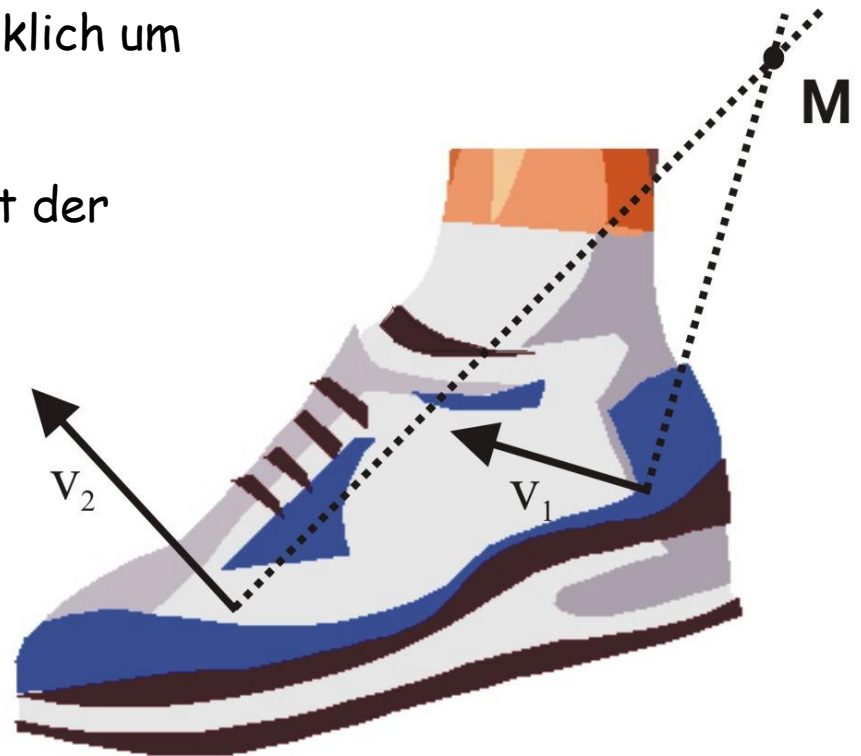
- Translatorisch vs. rotatorisch
- Absolut vs. relativ

Bewegungsarten: Translation, Rotation



Momentanpol / Momentane Drehachse

- Körperfester Punkt der augenblicklich keine *Geschwindigkeit* hat.
- Der Körper dreht sich augenblicklich um diesen Punkt (um diese Achse).
- Bei einer reinen Translation liegt der Momentanpol im Unendlichen.



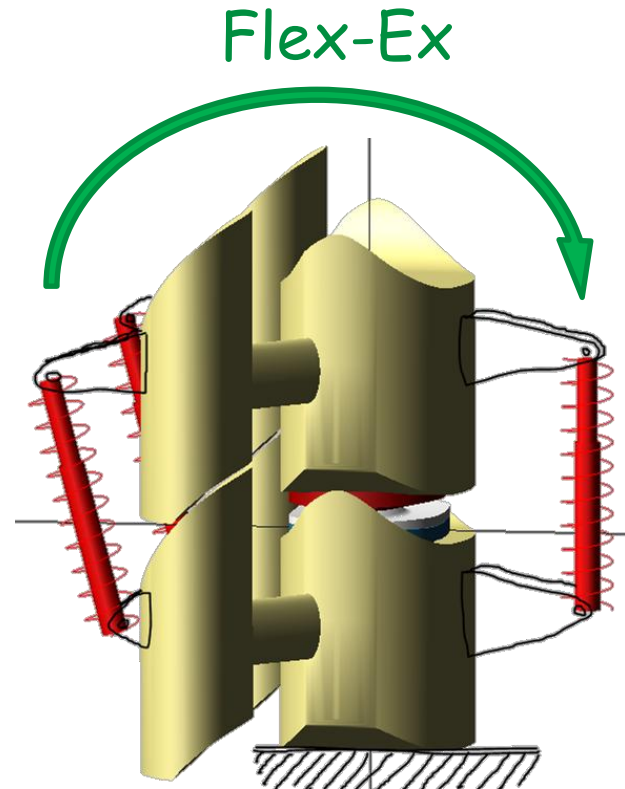
Anwendungsbeispiel zum Momentanpol

Kinematisches MKS-Modell von C5-C6- Wirbelsegment mit Bandscheibenimplantat

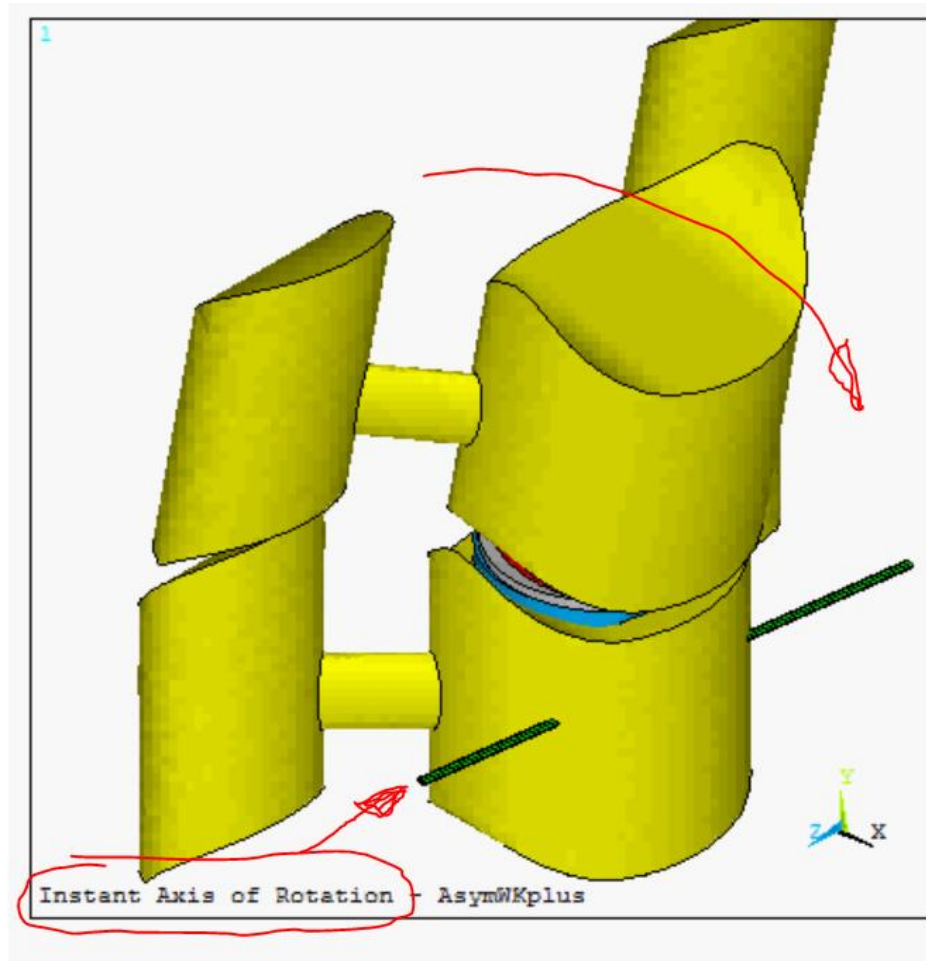
- 3D, idealisierte Geometrie
- Bandscheibenimplantat
- Bänder mit Zugkräften
- Erzwungene Flex-Ex-Bewegung

→ **Berechnung der Momentanen Drehachse**

→ **Ziel:** Implantat soll möglichst physiologische Kinematik zeigen, also z.B. die unsymmetrische Lage der momentanen Drehachse unterhalb des Bandscheibenzentrums ermöglichen.



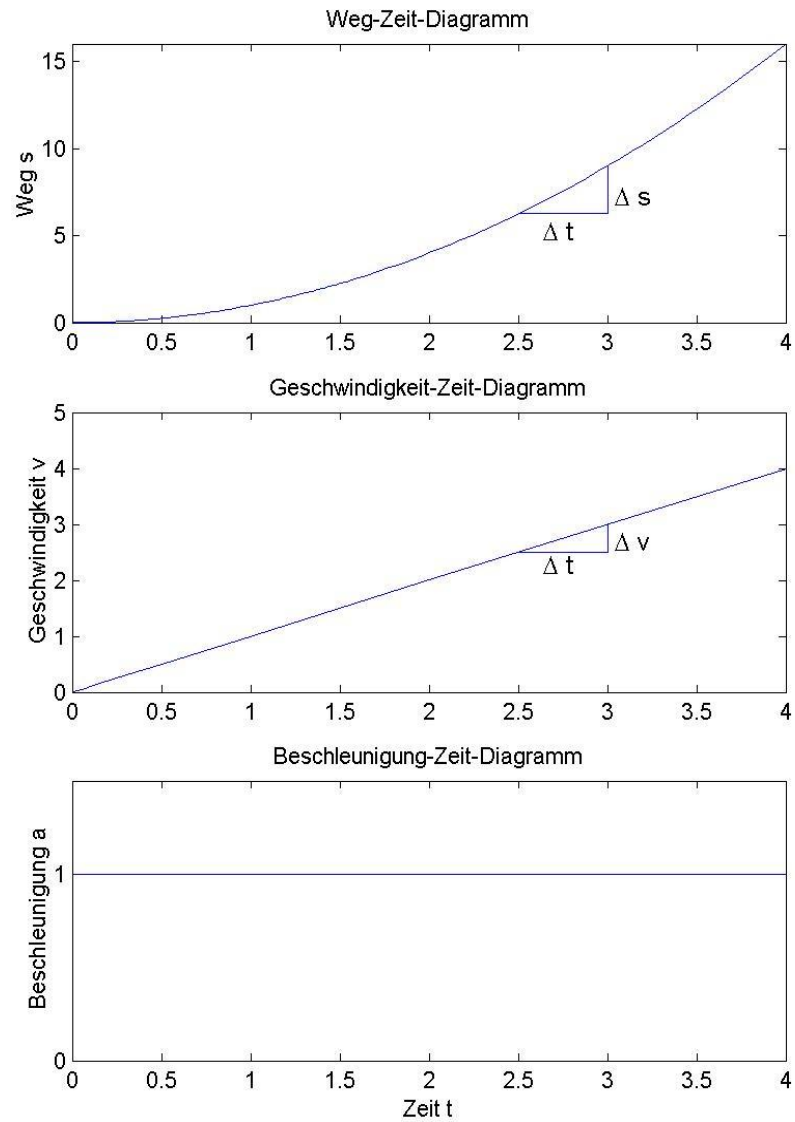
Anwendungsbeispiel zum Momentanpol



Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Translation	Weg: Abstand zwischen <u>zwei</u> Punkten.	x	m
	Geschwindigkeit: Die Änderung des Weges mit der Zeit.	$v = \dot{x}$	$\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
	Beschleunigung: Die Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit (Betrag und/oder Richtung).	$a = \dot{v}$	$\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$
Rotation	Winkel: Neigung zwischen <u>zwei</u> Achsen.	φ	Grad
	Winkelgeschwindigkeit: Die Änderung des Winkels mit der Zeit.	$\omega = \dot{\varphi}$	$\frac{\text{Grad}}{\text{sec}}$
	Winkelbeschleunigung: Die Änderung der Winkelgeschwindigkeit mit der Zeit.	$\alpha = \dot{\omega}$	$\frac{\text{Grad}}{\text{sec}^2}$

Diagramme



Dynamik

- Wechselwirkung zwischen Bewegung und Kräften.
- *Dämpfungs-, Reibungs-, Trägheitskräfte.*

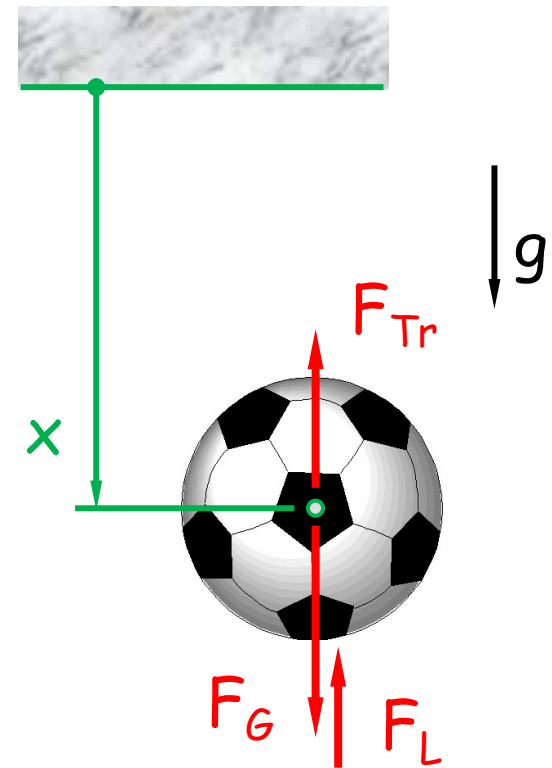
d'Alembertsches Prinzip:

- Trägheitskräfte und -momente genau wie sonstigen äußere Kräfte und Momente behandeln. Im FKB eintragen.
- **Dynamisches Gleichgewicht** genau so wie statisches Gleichgewicht verwenden.

$$\sum F_{i,x} = 0$$

$$-F_{Tr} - F_L + F_G = 0$$

$$m\ddot{x} - F_L + mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = g - \frac{F_L}{m}(\dot{x})$$



Beispiel: „Fallender Fußball“ mit Gewichtskraft, Luftwiderstandskraft und Trägheitskraft

Energie E

Einheit: Joule

$$J = N \cdot m$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Potentielle Energie:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad \text{Lageenergie}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad \text{Federenergie}$$

Zum Merken:

Energie bleibt erhalten.

Arbeit W

- ändert den Energieinhalt von Systemen.
- Kräfte können mechanische Arbeit verrichten, wenn sich der Kraftangriffspunkt in Richtung der Kraft verschiebt.
- Bei konstanter Kraft gilt dann:

Zum Merken:

Arbeit = Kraft mal Weg

Einheit (wie Energie): Joule

$$J = N \cdot m$$

Beispiel Hubarbeit:

$$W_{Hub} = F_G \cdot h$$

Beispiel Reibungsarbeit:

$$W_{Reib} = -F_R \cdot s$$

Leistung P

Zum Merken:

Leistung = Arbeit pro Zeit

Einheit: Watt

$$W = \frac{J}{\text{sec}} = \frac{N \cdot m}{\text{sec}}$$

Literatur

Zur Technischen Mechanik:

Dankert, H. und Dankert, J.: „Technische Mechanik - computerunterstützt“.

Sehr gutes Lehrbuch

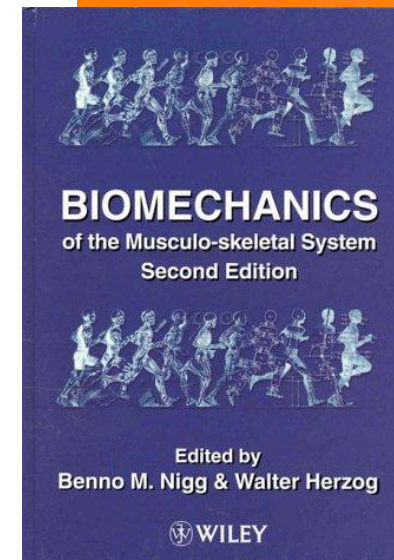
Kessel, S. und Fröhling, D.: „Technische Mechanik / Technical Mechanics“

Deutsch-englische Fachbegriffe im Kontext.

Zur Kinetik und Kinematik des Bewegungsapparates:

Nigg, B.M. und Herzog, W.: „Biomechanics of the Musculo-skeletal System“

Gut, Schwerpunkte: Messung und Modellierung des Gangs.



Vorlesung II:
Biomechanische Prinzipien
des Knochenbaus

Dr.-Ing. Ulrich Simon
UZWR

Übergeordnetes Prinzip:

Roux (1895) und Wolff (1892):
„Funktionelle Anpassung“

Pauwels (1965):

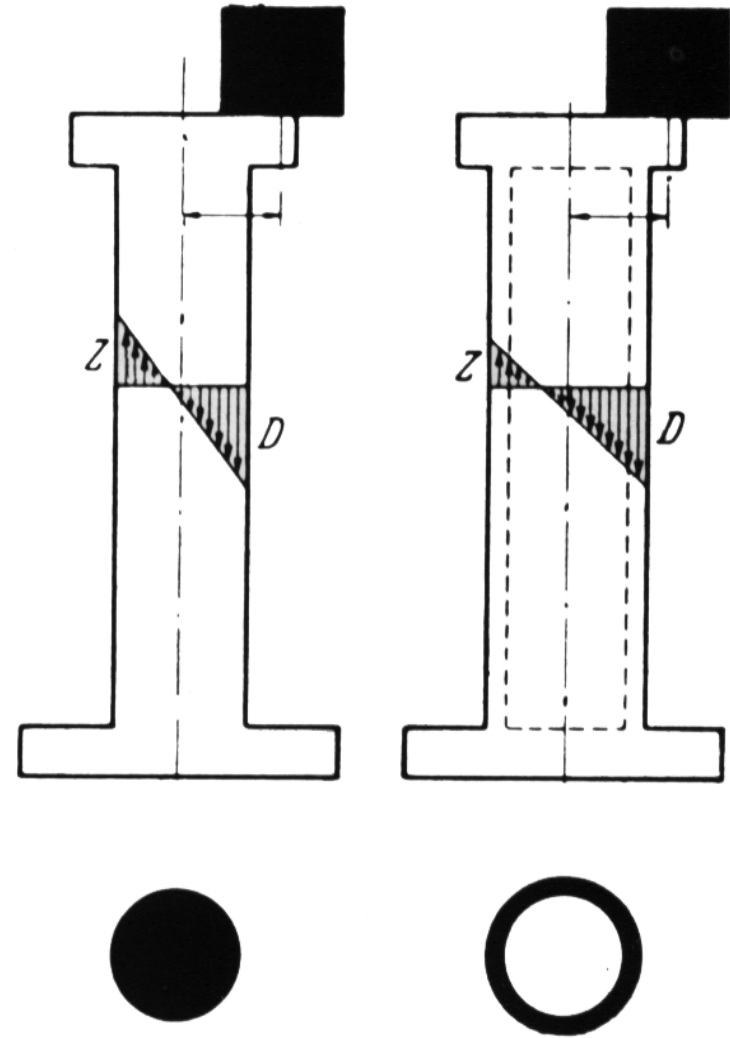
„Minimum-Maximum-Prinzip“

Mit minimalem Aufwand an Material (Energie) eine maximale Steifigkeit und Festigkeit erreichen

Prinzip: Röhrenknochen

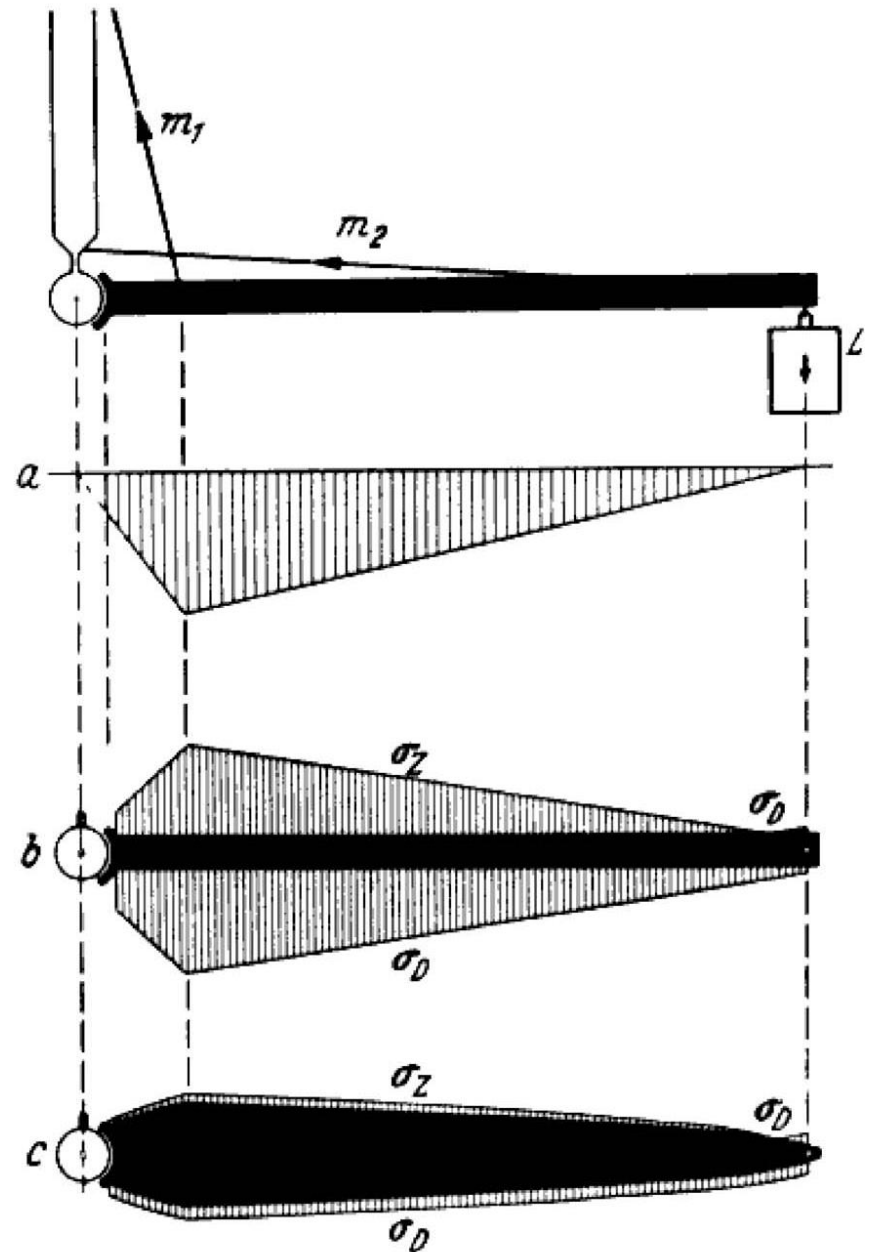


Bei Biegung und Torsion
ist Röhre bei gleichem
Flächeninhalt (d.h.
gleiche Masse) steifer
und fester als Vollkreis.
Vgl. axiale und polare
Flächenmomente

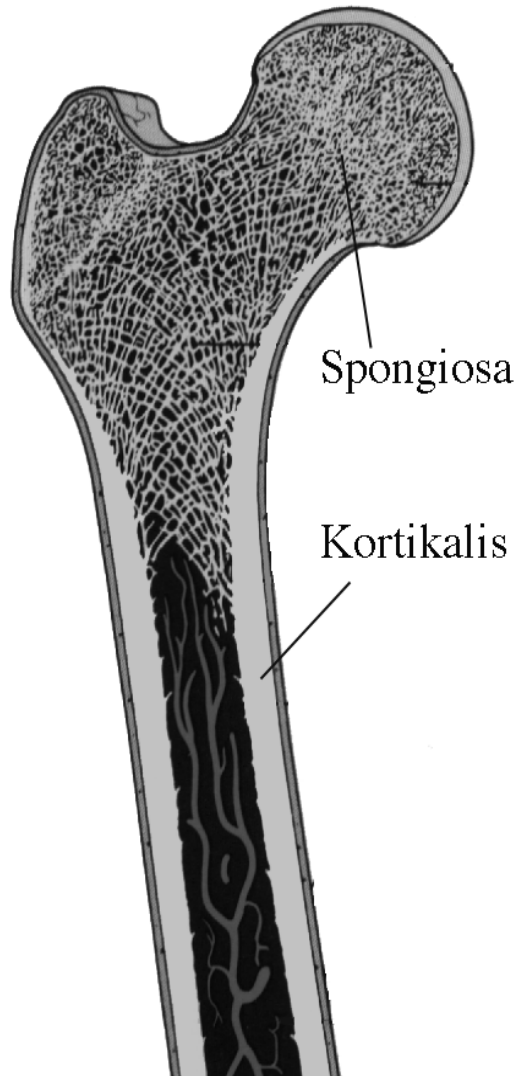


Prinzip: Angepasster Querschnittsverlauf

→
Knochenquerschnitt an
Biegemomentenverlauf
angepasst.

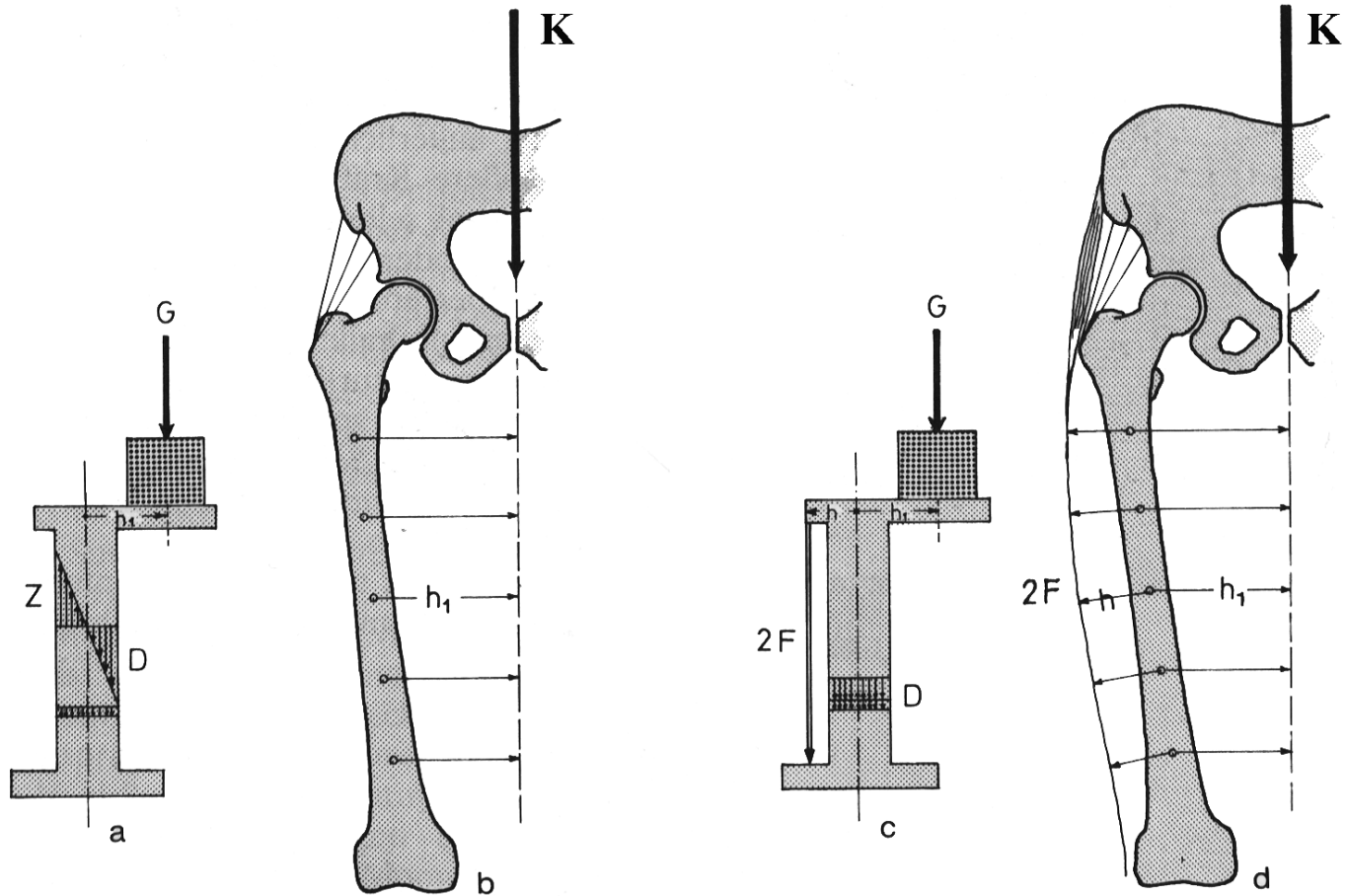


Prinzip: Spongiöser Knochen



→ Knorpel erfordert große Fläche.
Epiphysen habe größeren Durchmesser als
Diaphysen. Kompakter Knochen wäre hier
Materialverschwendung. Vgl. Leichtbauprinzip
„Sandwichplatte“.

Prinzip: Zuggurtung



→ Knochen „mag“ keine Zugspannungen! Zug wird daher teilweise von Bändern (tractus ilio-tibialis) übernommen. Vgl. Spannbeton.

Prinzip: Schaftkrümmung

→
Knochenachse wird
bereichsweise so gekippt,
dass Knochen hauptsächlich
auf Druck belastet wird,
und weniger auf Biegung.
In der Folge werden vor
allem die Zugspannungen
reduziert.

