



Reaktionsdiffusionsgleichung

$$\dot{u} = f(u) + \nabla \cdot (D \nabla u)$$

Reaktion

Diffusion

Kontinuitätsgleichung

$$\dot{u} = f(u) - \nabla \cdot \mathbf{J}$$

„Von nichts kommt nichts“

u : Dichte einer Größe

f : Reaktionsterm (z. B. chemische Reaktion, Mitose, ...)

falls $f(u) \equiv 0$: u ist eine *lokal erhaltene* Größe

(Masse, Impuls, Energie, Ladung, ...)

$\mathbf{J}$: Stromdichte von u

Divergenz von $\mathbf{J}$ negativ $\rightarrow$ Senke $\rightarrow$ Zufluß aus Umgebung

Divergenz von $\mathbf{J}$ positiv $\rightarrow$ Quelle $\rightarrow$ Abfluß in Umgebung

Fourier'sches Gesetz, Erstes Fick'sches Gesetz

$$\mathbf{J} = -D \nabla u$$

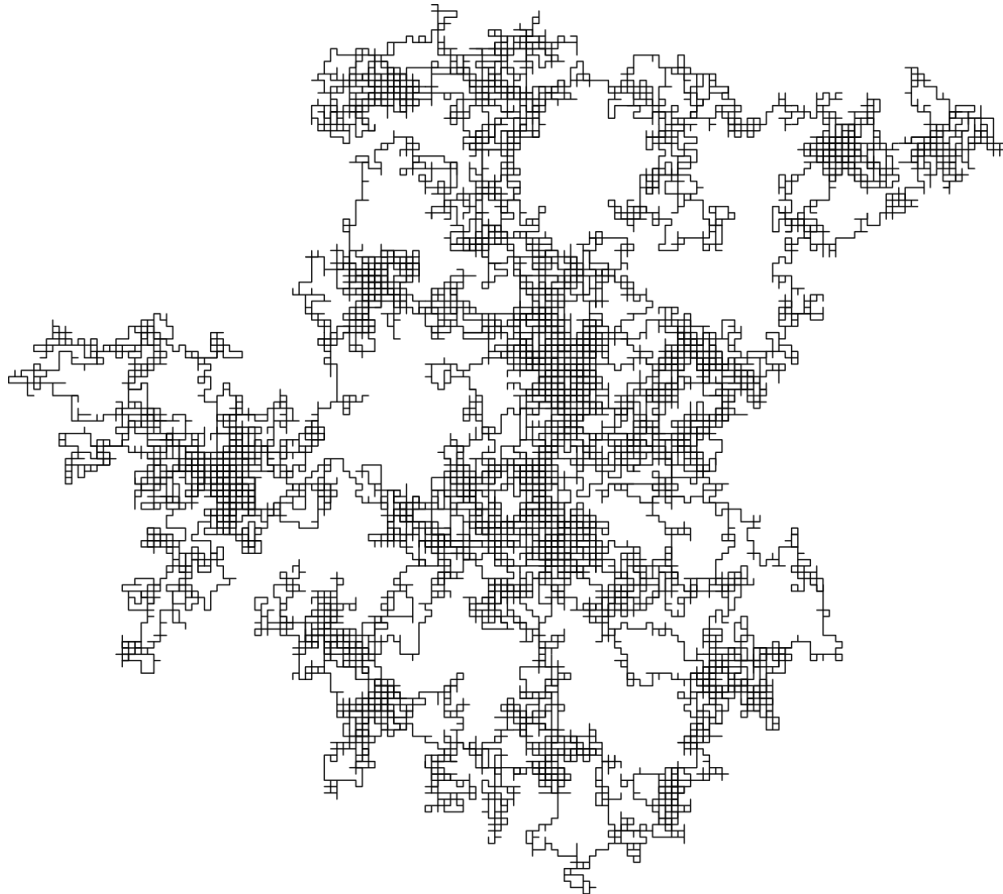
„Fluß(-dichte) ist proportional zum
Wärme-/Konzentrationsgradienten.“

D : Diffusionstensor(-/koeffizient)



Bewegung von Bakterien, Zellen etc.

Zufällig, „Random Walk“: Diffusion



http://en.wikipedia.org/wiki/File:Random_walk_25000_not_animated.svg

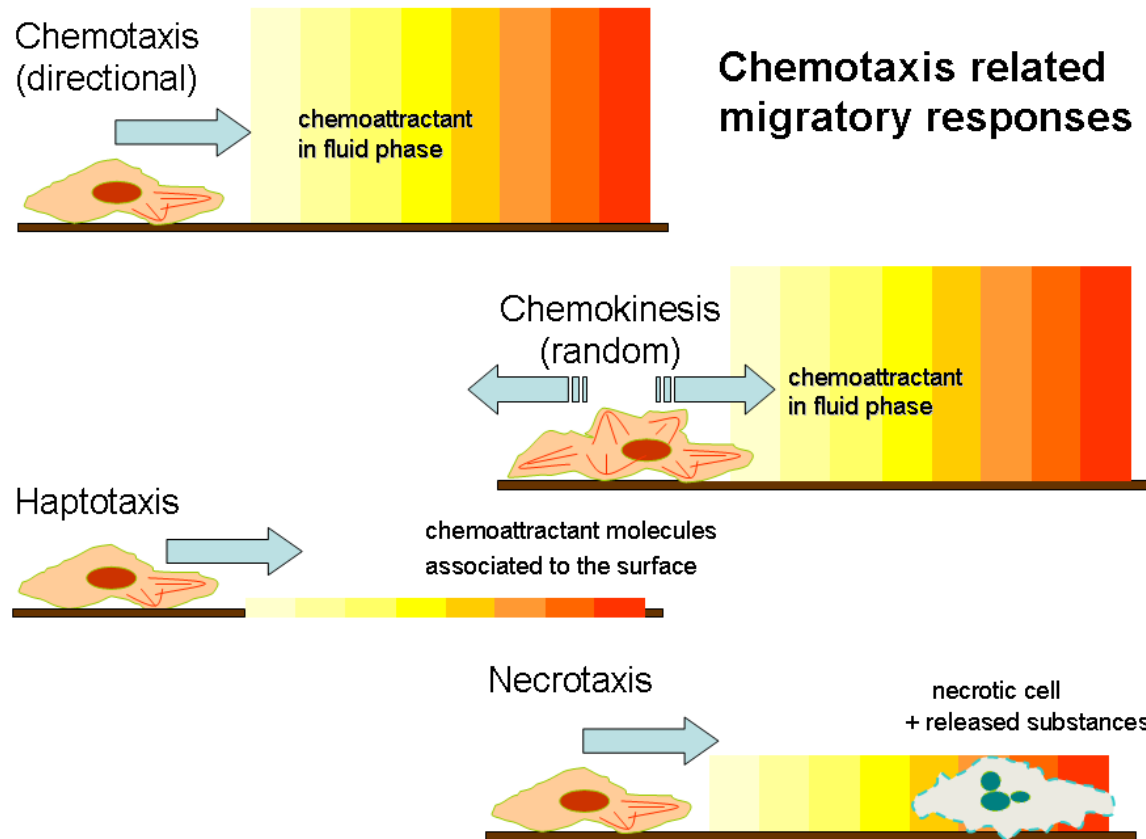
Zielgerichtet: Taxis-Term



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Stylonychia_Side_view.jpg

Stylonychia

Taxis



Chemotaxis related migratory responses

Außerdem

- Galvanotaxis
- Aerotaxis
- Anemotaxis
- Barotaxis
- Durotaxis
- Gravitaxis
- Hydrotaxis
- Magnetotaxis
- Phototaxis
- Rheotaxis
- Thermotaxis

etc.

Vereinfachtes Modell

b : Bakterienkonzentration (relativ, $b_0 \in [0, 1] \text{ m}^{-2}$)

n : Nährstoffkonzentration (relativ, $n_0 \in [0, 1] \text{ m}^{-2}$)

$$\begin{array}{ccccc} \text{Diffusion} & & \text{Chemotaxis} & & \text{Proliferation, Nekrose} \\ \dot{b} = D_b \nabla^2 b & - k_1 \nabla \cdot \left(\frac{b}{(k_6 + n)^2} \nabla n \right) & + k_2 b \left(\frac{k_3 n^2}{k_4 + n^2} - b \right) \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{Diffusion} & \text{Verbrauch} \\ \dot{n} = D_n \nabla^2 n & - k_5 b \frac{n^2}{k_4 + n^2} \end{array}$$

Equation-Based Modeling

Select Physics

