Übungen zur Theoretischen Physik II — Sommer 2007, Blatt 9

Abgabetermin: Mittwoch, 20.6.2007, 12:15 in der Vorlesung

Aufgabe 1: Wahrscheinlichkeiten (8 P.)

(a) Ein Teilchen, dass sich in einer Dimension bewege, habe mit Wahrscheinlichkeit

$$P(v)dv = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_0} \exp(-v^2/2v_0^2)dv$$

eine Geschwindigkeit im Intervall $[v, v + dv]$. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit $P(E)dE$ an, dass seine kinetische Energie $E = \frac{1}{2}mv^2$ zwischen E und $E + dE$ liegt.

(b) Ein Setzer macht auf 500 Seiten im Mittel 500 Fehler, die völlig zufällig auftreten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass auf einer Seite kein Fehler auftritt sowie die Wahrscheinlichkeit, dass auf einer Seite mindestens 4 Fehler auftreten.

Aufgabe 2: Poisson-Prozess (9 P.)

Es werden N Zahlen aus dem Intervall $[0, 1]$ gezogen, wobei die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl aus dem Intervall $[x, x + dx]$ (wobei $0 \leq x, x + dx \leq 1$) zu ziehen, gleich dx sei. Die N Ziehungen seien statistisch unabhängig. Die gezogenen Zahlen können nun nach ihrer Größe $x_1 < x_2 < \ldots < x_N$ geordnet werden. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Abstand $s = x_i - x_{i-1}$ zwischen zwei benachbarten Zahlen an.

Aufgabe 3: Perle auf rotierender Drahtschleife II (8 P.)

Sie haben auf dem letzten Aufgabenblatt gezeigt, dass die Perle auf einer rotierenden Drahtschleife (Radius R) der Bewegungsgleichung

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{R} \sin\phi = \omega^2 \sin\phi \cos\phi \tag{1}$$

gehorcht. In diser Aufgabe wollen wir uns mit der Analyse dieser Bewegungsgleichung beschäftigen.

(a) Geben Sie die drei Gleichgewichtslösungen ϕ_0 an, d.h. die drei Winkel, an denen sich die Perle nicht bewegt.

(b) Betrachten Sie kleine Auslenkungen $\delta\phi$ aus der Gleichgewichtslage, $\phi = \phi_0 + \delta\phi$. Leiten Sie aus der Bewegungsgleichung eine Differentialgleichung für $\delta\phi$ ab, wobei Sie nur lineare Terme in $\delta\phi$ behalten.

(c) Zeigen Sie mit Hilfe der Gleichung für $\delta\phi$, welche der Gleichgewichtslösungen stabil bzw. instabil sind.