Dr. H. Lanzinger
K. Stucke
SoSe 2010

Gesamt: 24 Punkte

Übungen zur Höheren Mathematik II für Physiker

Übungsblatt 1

Abgabe Donnerstag, 29.04.2010 vor den Übungen

1. Welche der folgenden Mengen sind Vektorräume? Begründe deine Antwort. [2+4]

   (a) Die Menge aller regulären Matrizen $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$.

   (b) Die Menge aller differenzierbaren Funktionen $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

2. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass Vereinigungen von Unterräumen im Allgemeinen keine Unterräume sind. Gib hierfür ein geeignetes Beispiel. [3]

3. Überprüfe, ob bei den folgenden Mengen Unterräume des Vektorraums V vorliegen: [3+3+3]

   (a) $V = \mathbb{R}^n$, $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}$, $\quad U = \left\{ (x_1, \ldots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n : \sum_{\nu=1}^{n} \alpha_\nu x_v = 0 \right\}$.

   (b) $V = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{C}\}$, $\quad U = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{C} : f(1) = 0\}$.

   (c) $V = \mathbb{R}^2$, $\quad U = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4xy + 3y^2 = 0 \right\}$.

4. Stelle den Vektor $v = (1, 2, 3, 4)^T$ als Linearkombination der folgenden Vektoren dar: [3]
   $b_1 = (1, 0, 1, 0)^T$, $b_2 = (1, 1, 0, 1)^T$, $b_1 = (0, 1, 0, 0)^T$ und $b_1 = (0, 0, 0, 1)^T$.

5. Überprüfe die Vektoren $(1, 1, 0, 0)^T$, $(1, 0, 1, 1)^T$ und $(0, 1, 1, 1)^T$ des Vektorraums $\mathbb{R}^4$ auf lineare Unabhängigkeit. [3]