ulm university universität uulm

Dr. H. Lanzinger
K. Stucke
SoSe 2010

Gesamt: 24 Punkte

Übungen zur Höheren Mathematik II für Physiker

Übungsblatt 2

Abgabe Donnerstag, 6.05.2010 vor den Übungen

6. Seien U, V und W $K-$Vektorräume, $f \in L(U, V)$ und $g \in L(V, W)$.
Zeige, dass [4]
$$g \circ f \in L(U, W).$$
D.h die Komposition linearer Abbildungen ist wiederum eine lineare Abbildung.

7. Es sei $f \in L(V, W)$ bijektiv. Zeige, dass dann auch f^{-1} linear. [4]

8. Sind folgende Abbildungen linear? [2+2]
   (a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad f(x) = (x_1 + x_2 + x_3,\, 2x_2 - x_3,\, x_1 - x_2 + 2x_3)$,
   (b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad g(x) = (x_1 + 1,\, 2x_2,\, x_1 + x_2)$.

9. Wir betrachten $\mathbb{C} = \mathbb{C}_\mathbb{R}$ $\left(= \mathbb{R}^2\right)$ als Vektorraum über $\mathbb{R}$ und es sei $F : \mathbb{C}_\mathbb{R} \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ definiert durch [2+2+2]
$$F(a) := \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$$
für $a = \alpha + i\beta \in \mathbb{C}$ und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Zeige:
   (a) $F \in L\left(\mathbb{C}_\mathbb{R}, \mathbb{R}^{2\times 2}\right)$,
   (b) $F(a\,b) = F(a)F(b)$ für $a, b \in \mathbb{C}$,
   (c) $F(\bar{a}) = (F(a))^T$ für $a \in \mathbb{C}$.

10. Gib die darstellende Matrix der folgenden Abbildungen $f : U \to V$ an: [3+3]
   (a) $U = V = \mathbb{R}^3$,
$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 \\ 2x_2 - x_3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \end{pmatrix},$$
   (b) $U = \mathcal{L}(\{1, x, e^x\})$, $V = \mathbb{R}^2$,
$$f(v) = \begin{pmatrix} v'(0) \\ \int_0^1 v(x)dx \end{pmatrix}.$$