



## Übungen zur Vektoranalysis

Blatt: 2

Abgabe bis Donnerstag, 19.5.2010 in Zimmer 2.31, Heho 18

5. Gegeben sei die Kurve

[2+2+2+2]

$$\gamma(t) : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}^2; \quad \gamma(t) := (t^2, t\sqrt{1-t^2}).$$

- Berechne die Länge der Kurve  $\gamma$ .
- Gebe eine Parametrisierung der Kurve  $\gamma$  nach der Bogenlänge an.
- Zeige, dass die Kurve geschlossen ist.
- Berechne die Grenzwerte  $\lim_{t \rightarrow \pm 1} \gamma'(t)$  und deute das Ergebnis.

6. Gegeben sei die Kurve

[2+4]

$$\gamma(t) := \left( \frac{1}{\cosh t}, t - \tanh t \right), t \in \mathbb{R}.$$

Ihre Spur ist eine *Schleppkurve* oder *Traktrix*.

- Zeige, dass  $\gamma(t)$  regulär ist für alle  $t \in \mathbb{R} - \{0\}$ .
- Zeige, dass der Abstand zwischen  $\gamma(t)$  und dem Schnittpunkt der  $y$ -Achse mit der Tangentengeraden  $\{\gamma(t) + \lambda\gamma'(t) | \lambda \in \mathbb{R}\}$  konstant ist für  $t \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

7. Es sei  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit

$$\gamma(t) := (r \cos t, r \sin t, ht),$$

wobei  $r > 0$  und  $h \in \mathbb{R}$ .

[2+4+4]

- Parametrisiere die Kurve nach der Bogenlänge  $s$ .
- Berechne die Krümmung  $\kappa(s)$  und Normale  $n(s)$ .
- Bestimme die Binormale  $b(s)$  und berechne die Torsion  $\tau(s)$ .