



Übungen zur Höheren Mathematik II für Physiker

Übungsblatt 3

Abgabe Donnerstag, 20.05.2010 vor den Übungen

11. Zeige, dass für Transpositionen $\tau \in S_n$ gilt: [1+1]
- (a) $\tau = \tau^{-1}$ und
(b) $\text{sgn } \tau = -1$.
12. Berechne die Determinanten folgender Matrizen: [2+2+2+2]
- $$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$
- $$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & 9 & 14 & -8 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -4 & -1 \\ 4 & 0 & 0 & 3 & 9 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 7 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}.$$
13. Es sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, $n \in \mathbb{N}$, $\alpha \in \mathbb{C}$. Zeige: [2+2]
- (a) $\det(\alpha A) = \alpha^n \det A$.
(b) $\det A = 0$, falls n ungerade und A schiefsymmetrisch ist, d.h. $A = -A^T$.
14. Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch [4]
 $\langle x, y \rangle := x^T A^T A y$ genau dann ein Skalarprodukt in $\mathbb{R}^n$ ist, wenn A regulär ist. [3+3]
15. (a) Gegeben sind folgende Vektoren des $\mathbb{R}^4$:
 $a_1 = (0, 1, -1, 1)^T$, $a_2 = (0, 1, 1, 1)^T$ und $a_3 = (2, 1, 0, 2)^T$.
Orthonormalisiere a_1, a_2, a_3 mit Hilfe des Gram-Schmidt-Verfahrens in angegebener Reihenfolge (bezüglich des kanonischen Skalarproduktes).
(b) Orthogonalisiere mit dem Gram-Schmidt-Verfahren die reellen Polynome
 $2, 1+x$ und $(2x-1)^2$ in $C[0, 1]$ bezüglich $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$.