# Übungen zur Vektoranalysis

Blatt: 5

Abgabe bis Montag, 5.07.2010 in Zimmer 2.10, Heho 18

15. Zeige, dass die beiden Vektorfelder $V(x,y,z) = (-y,x,0)$ und $W(x,y,z) = (-zx,-zy,1-z^2)$ tangential an der Sphäre $S^{n-1}$ sind, d. h. $V(a), W(a) \in T_a S^{n-1}$ für alle $a \in S^{n-1}$. [6]

[6+6]

16. (a) Seien $m \in \mathbb{N}, r > 0$ und $n \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\}$, finde alle Extremstellen der Funktion $g(x) = (n,x)$ auf der Sphäre $S_r^{m-1} = \{x \in \mathbb{R}^m : |x| = r\}$.

    (b) Finde die Punkte der Menge $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - xy = 1\}$, die dem Ursprung am nächsten liegen.

17. Sei $Y = Y(t) = Y(t_1,\ldots,t_n) : T \to \mathbb{R}^n \in C^3(T)$ eine Immersion und $t = (t_1(\tau),\ldots,t_d(\tau)) : [\tau_0,\tau_1] \to T \in C^3([\tau_0,\tau_1], T)$ eine reguläre parametrische Kurve auf $(\tau_0,\tau_1)$. Sei nun $Z = Y \circ t : [\tau_0,\tau_1] \to \mathbb{R}^n$. [6]

    (a) Zeige, dass $Z$ eine reguläre parametrische Kurve auf $(\tau_0,\tau_1)$ ist.

    (b) Bestimme den metrischen Tensor von $Z$.