



Übungen zur Höheren Mathematik II für Physiker

Übungsblatt 6

Abgabe Donnerstag, 17.06.2010 vor den Übungen

24. Zeige die folgende Ungleichung für Normen: [4]

$$\|x\|_{\infty} \leq \|x\|_p \leq \sqrt[p]{n} \|x\|_{\infty} \quad \text{für } 1 \leq p < \infty$$

25. Untersuche folgende Folgen $(x_k)_{k=1}^{\infty}$ auf Beschränktheit und Konvergenz. Gib im Falle der Konvergenz den Grenzwert und im Falle der Beschränktheit eine Schranke c an. [4]

(a) $x_k = \begin{pmatrix} (-1)^k \cdot \sin(k) \\ \cos(k) \\ \sin(k) \cdot \cos(k) \end{pmatrix}$

(b) $x_k = \begin{pmatrix} (1 + 2 + \dots + k) \cdot k^{-2} \\ (-4)^{-k} \cdot \cos(k) \end{pmatrix}$

26. Überprüfe, ob folgende Funktionen stetig im Ursprung sind. [4]

(a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) := \frac{x^2 \cdot \sin(y)}{x^2 + y^2}$ falls $(x, y) \neq 0$, $f(0, 0) := 0$ sonst.

(b) $g : U_1(0, 0) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x, y) := \frac{\sin(x)}{\sin(y)}$ falls $y \neq 0$, $g(x, 0) := 0 \forall x$.

27. Berechne für folgende Funktionen den Gradienten. [4]

(a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) := e^{xy} \sin(x)$

(b) $g : \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) := \|x\|$

28. Berechne die Jacobi-Matrix für die allgemeine affine Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch $f(x) := Ax + b$, wobei $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ eine konstante Matrix und $b \in \mathbb{R}^3$ ein konstanter Vektor sei. [4]