
Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen

Blatt 3

Abgabe: 12. Mai 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

1. (=Aufgabe 2 vom 2. Blatt) (3 + 3 + 2 Punkte)

Invertieren Sie die Matrizen, falls möglich:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ -3 & 3 & -8 \\ 9 & 6 & 37 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. (4 + 4 + 4 Punkte)

Vier Kunden eines Supermarktes haben von den Produkten A , B , C und D eine gewisse Anzahl gekauft, erinnern sich aber nur noch an den Gesamtpreis ihres jeweiligen Einkaufs und wollen jetzt zusammen herausfinden, wie teuer die einzelnen Produkte sind. Sie stellen folgende Tabelle auf:

	Anzahl von				Gesamtpreis in Euro
	A	B	C	D	
Kunde 1	2	1	3	4	15
Kunde 2	1	3	0	2	17
Kunde 3	1	3	2	0	22
Kunde 4	2	1	1	6	10

- a) Welche Bedingung muß die durch die oben aufgeführte Tabelle gegebene Matrix erfüllen, damit die Einzelpreise berechnet werden können?
b) Falls möglich, bestimmen Sie die Einzelpreise der Produkte!
c) Ein fünfter Kunde tritt hinzu und gibt an, ein A , ein C und zwei D für 12 Euro gekauft zu haben. Welche Auswirkung hat diese neue Information?

3. (2 + 2 + 2 Punkte)

Zeigen Sie für beliebige Vektoren $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ eines Vektorraums V :

- a) Die Vektoren $\vec{0}, \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ sind immer linear abhängig.
b) Falls $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ linear unabhängig sind, so auch $\alpha_1 \cdot \vec{a}_1, \dots, \alpha_n \cdot \vec{a}_n$ für $\alpha_1, \dots, \alpha_n \neq 0$.
c) Falls $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ linear abhängig sind, so auch $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n, \vec{b}$, wobei \vec{b} ein beliebiger Vektor aus V ist.

4. (1 + 2 + 5 + 2 Punkte)

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} -12 \\ -10 \\ -11 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_5 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Sind die Vektoren \vec{v}_4 und \vec{v}_5 linear unabhängig?
b) Sind die Vektoren \vec{v}_1, \vec{v}_2 und \vec{v}_3 linear unabhängig?
c) Zeigen Sie für die linearen Hüllen: $\mathcal{LH}(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \mathcal{LH}(\vec{v}_4, \vec{v}_5)$!
d) Können die Vektoren $\vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5$ linear unabhängig sein?