

---

**Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen**

**Blatt 12**

Abgabe: 14. Juli 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

---

1. (jeweils 4 Punkte)

Berechnen Sie folgende Flächenintegrale:

a)

$$\iint_{[0,1] \times [2,4]} (x^2y + xy^3 - 2) d(x, y)$$

b)

$$\iint_{[\pi/2, \pi] \times [-\pi/4, \pi/4]} \sin \frac{x}{y} d(x, y)$$

c)

$$\iint_{[0, \pi/2] \times [0, 2]} x \sin(xy) d(x, y)$$

2. (6 Punkte)

Der Schwerpunkt  $(x_s, y_s)$  eines zweidimensionalen Fläche  $M$  berechnet sich durch

$$x_s = 1/A \iint_M x d(x, y) \quad \text{und} \quad y_s = 1/A \iint_M y d(x, y)$$

mit

$$A = \iint_M 1 d(x, y).$$

Berechnen Sie den Schwerpunkt eines Halbkreises mit Radius 1.

3. (5 + 5 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe von Polarkoordinaten

a)

$$\int_{M_1} \frac{d(x, y)}{x^2 + y^2} \quad \text{mit} \quad M_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$$

b)

$$\int_{M_2} x^2 d(x, y) \quad \text{mit} \quad M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16\}$$

4. (6 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt, der durch die Spirale

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} r \cos \phi \\ r \sin \phi \end{pmatrix} : 0 \leq \phi \leq 2\pi, 0 \leq r \leq \phi^2 \right\}$$

erzeugt wird.