
Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen

Blatt 1

Abgabe: 28. April 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

1. (jeweils 2 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad E = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

- | | |
|------------|------------------------|
| a) AB | e) EE^T |
| b) $B^T E$ | f) $2C + D$ |
| c) CD | g) $(C + D)^2$ |
| d) $E^T E$ | h) $C^2 + 2CD + D^2$. |

2. (3 + 3 + 6 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie:

- $A(B + C) = AB + AC$
- $(AB)^T = B^T A^T$.
- Beweisen Sie die Identität in b) allgemein, falls AB existiert.

3. (4 Punkte)

Finden Sie eine Matrix M , so dass die Gleichung

$$M \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

erfüllt ist.

4. (jeweils 3 Punkte)

Eine Fabrik stellt die drei Produkte A , B und C her. Das Produkt A benötigt 3 Stunden Maschinenlaufzeit, 4 Einheiten an Rohstoffen und 2 Arbeitsstunden, das Produkt B 4 Stunden Maschinenlaufzeit, 2 Einheiten an Rohstoffen und 5 Arbeitsstunden und das Produkt C 1 Stunde Maschinenlaufzeit, 8 Einheiten an Rohstoffen und 6 Arbeitsstunden. Die Fabrik stellt nun 20 Einheiten von A , 15 Einheiten von B und 40 Einheiten von C her. Lösen Sie die folgenden Aufgaben unter Zuhilfenahme von Matrizen:

- Mit wievielen Stunden Maschinenlaufzeit und Arbeitszeit sowie Einheiten an Rohstoffen ist zu rechnen?
- Die Buchhaltung hat errechnet, dass pro Stunde Maschinenlaufzeit 40 Euro an Kosten und zusätzlich 15 Euro an Lager-/Wartungskosten anfallen. Jede Einheit der Rohstoffe kostet 60 Euro und verursacht 10 Euro an Lager-/Wartungskosten. Die Arbeitsstunde kostet 12 Euro. Berechnen Sie die Gesamtkosten der Produktion!
- Wie ändern sich die Kosten, wenn die Fabrik 5 Einheiten von A mehr und 8 Einheiten von C weniger herstellt?