Dr. G. Baur
René Pröpper

SoSe 2010
26. Mai 2010

Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen

Blatt 6

Abgabe: 2. Juni 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

---

1. (6 + 4 Punkte)

a) Zeigen Sie

$$det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{pmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$$

für $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$.

b) Seien $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ paarweise verschieden und seien $y_1, y_2, \dots, y_n \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass genau ein Polynom $P(x)$ vom Grad kleiner oder gleich $n-1$ existiert mit $P(x_i) = y_i$ für alle $i = 1, \dots, n$.

2. (6 Punkte)

Für welche $s \in \mathbb{R}$ ist die reelle symmetrische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1+s & 1-s & -1 \\ 1-s & 5+s & -3 \\ -1 & -3 & 3-4s^2 \end{pmatrix}$$

positiv definit?

3. (8 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x,y,z) = x^2y + y^3 + y^2 + x^2 + 8xz + 16z^2$. Bestimmen Sie, soweit möglich, die Lage und die Art der Extremstellen.

4. (4 + 4 + 3 Punkte)

Berechnen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \text{ mit } \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$
