

---

**Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen**

**Blatt 11**

Abgabe: 7. Juli 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

---

1. (5 Punkte)  
Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion  $f(x) = \cosh x := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  (der sogenannte hyperbolische Kosinus) im Bereich  $-1 \leq x \leq 1$ .

2. (2 + 4 Punkte)  
Gegeben sei das Integral

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin(2x) dx$$

- a) Was ist der exakte Wert von  $I$ ?  
b) Berechnen Sie eine Näherungslösung des Integrals  $I$  mit Hilfe der Sehnen-Trapez-Regel und der Keplerschen Fass-Regel bei einmaliger Anwendung.  
c) Wieviele Unterteilungen sind bei beiden Regeln notwendig, um eine maximale Abweichung von  $10^{-4}$  nicht zu überschreiten?

3. (jeweils 3 Punkte)  
Berechnen Sie den Wert der folgenden uneigentlichen Integrale, falls diese existieren.

$$\begin{array}{lll} a) \int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx & b) \int_0^1 \frac{e^x}{x} dx & c) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)} \\ d) \int_1^{\infty} \frac{dx}{1+\ln x} & e) \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx & f) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} \end{array}$$

4. (jeweils 3 Punkte)  
Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren.

$$\begin{array}{ll} a) \int_1^{\infty} \frac{\cos 5x}{x^{3/2}} dx & b) \int_0^1 \frac{\cos(x) - 1}{x^2} dx \\ c) \int_0^1 \frac{\cos(x) - 1}{x^2 \sqrt{x}} dx & d) \int_0^1 \frac{\cos(x) - 1}{x^3} dx \end{array}$$