STUDIENBRIEF

MODELLBILDUNG UND IDENTIFIKATION

Weiterbildender Masterstudiengang „Sensorsystemtechnik“
der Fakultät für Ingenieurwissenschaften und Informatik
mit dem Abschluss „Master of Science (M. Sc.)“
an der Universität Ulm

Kürzel / Nummer:	Wird von der SAPS festgelegt
Englischer Titel:	Modeling and identification
Leistungspunkte:	6 ECTS
Semesterwochenstunden:	3+1 (V/Ü)
Sprache:	Deutsch
Turnus / Dauer:	jedes Sommersemester / 1 Semester
Modulverantwortlicher:	Prof. Dr.-Ing. Knut Graichen
Dozenten:	Dr. Tilman Utz
Einordnung des Moduls in Studiengänge:	Sensorsystemtechnik, M.Sc., Pflichtmodul, Modellbildung und Identifikation
Voraussetzungen (inhaltlich):	- Grundlagenkenntnisse der höheren Mathematik (insbesondere lineare Algebra) - Grundlagen der Regelungstechnik im Frequenz- und Zeitbereich
Lernziele:	Im Modul werden Methoden der mathematischen Modellierung technischer Prozesse basierend auf physikalischen Prinzipien vermittelt. Ziel ist insbesondere die Fähigkeit, für den Regler- und Beobachterentwurf geeignete Modelle herzuleiten und mit Hilfe von Identifikationsverfahren zu parametrieren. Geeignete Beschreibungen von Systemen bilden die Grundlage vieler regelungstechnischer Methoden und werden bei der Systemanalyse über die Regelung bis hin zur modellbasierten Überwachung benötigt. Modellbasierte Verfahren eröffnen insbesondere umfassende Verbesserungsmöglichkeiten vieler bestehender industrieller Regelungen. Unabdingbare Voraussetzung dafür sind geeignete mathematische Modelle, die auf der einen Seite die wichtigsten dynamischen Effekte hinreichend genau abbilden und auf der anderen Seite eine beherrschbare Komplexität aufweisen. Ebenso wichtig ist die Bestimmung nicht für direkte Messungen zugänglicher Parameter dieser Modelle. Die für diese Aufgaben notwendigen mathematischen und systemtheoretischen Grundlagen werden im Modul vermittelt. Nach Abschluss des Moduls sind die Studierenden in der Lage, technische Systeme aus unterschiedlichen physikalischen Domänen mathematisch in ihrem dynamischen Verhalten zu beschreiben. Sie beherrschen die wichtigsten analytischen Methoden, diese Systeme geeignet zu parametrieren beziehungsweise mit Hilfe von sogenannten Blackbox-Modellen zu identifizieren. Die Studierenden können die Zusammenhänge, die zur Entwicklung optimaler Zustandsschätzer und -regler führen, erklären und die entsprechenden Methoden in der Identifikation, Schätzung und Regelung anwenden.
Inhalt:	- Modellierung mechanischer, elektrischer und hydraulischer Systeme - Parametrische und nichtparametrische Identifikationsverfahren - Optimale Schätzverfahren und Filter (Kalman Filter)
ILIAS:	Optional.

Literatur:	- P.E. Wellstead: Physical Systems Modelling, Academic Press, 1979 - R. Isermann: Mechatronische Syteme: Grundlagen, Springer, 2002 - R. Isermann: Identifikation dynamischer Systeme 1 und 2, Springer, 1992 - D.G. Luenberger: Optimization by Vector Space Methods, John Wiley & Sons, 1969 - A. Gelb: Applied Optimal Estimation, M.I.T. Press, 1974 - A.E. Bryson, Y.-C. Ho: Applied Optimal Control, Hemisphere Publishing Corporation, 1975
Grundlage für:	
Lehrveranstaltungen und Lehrformen:	Präsenzveranstaltungen: Einführungsveranstaltung: 8 h Vertiefende Übungen: 8 h Seminar zur Prüfungsvorbereitung: 8 h Modulprüfung: 4 h E-Learning: Webinar: 4 h Online-Gruppenarbeit: 60 h Selbststudium: 80 h Chat zur Prüfungsvorbereitung: 8 h
Abschätzung des Arbeitsaufwands:	Vermittlung des Unterrichtsstoffs: 40 h Vor- und Nachbereitung, Übungen, Anwendung: 132 h Sonstiges: 4 h Modulprüfung: 4 h Summe: 180 h
Leistungsnachweis und Prüfungen:	Zur Modulprüfung wird zugelassen, wer die Übungen erfolgreich absolviert hat. Die Modulprüfung erfolgt mündlich.
Voraussetzungen (formal):	Modul Systemtheorie und Regelungstechnik

INHALTSVERZEICHNIS

folgt ...

1 Einleitung

In den folgenden Absätzen werden die für das Modul namensgebenden Begriffe eingeführt und gegeneinander abgegrenzt. Zudem werden kurze Beispiele angegeben. Schließlich werden die inhaltlichen Schwerpunkte des Moduls kurz vorgestellt.

1
1:00
5

Das Modul beschäftigt sich mit der Modellbildung und Identifikation dynamischer Systeme. Als System wird in diesem Zusammenhang die Verbindung unterschiedlicher Komponenten, die miteinander in Interaktion stehen, zu einem Ganzen und zum Zwecke der Durchführung bestimmter Aufgaben bezeichnet. Für die meisten regelungstechnischen Entwurfsverfahren, insbesondere für alle, die im Modul "Systemtheorie und Regelungstechnik" behandelt werden, wird eine Beschreibung des (dynamischen) Verhaltens des Systems in Form eines mathematischen Modells benötigt.

Mathematisches Modell

Ein solches Modell ist im Wesentlichen ein beschränktes Abbild der Wirklichkeit, in dem die für die jeweilige Aufgabe wesentlichen Eigenschaften des Systems berücksichtigt werden. Bei einem mathematischen Modell wird das Verhalten des realen Systems in abstrahierter Form beispielsweise durch algebraische Gleichungen, gewöhnliche oder partielle Differentialgleichungen abgebildet. Zu beachten ist, dass ein mathematisches Modell ein System niemals exakt abbildet, sondern immer einen Kompromiss zwischen Modellkomplexität und Modellgenauigkeit darstellt. Um ein für die jeweilige Fragestellung geeignetes mathematisches Modell zu entwickeln, müssen teilweise in wiederkehrenden Schleifen verschiedene Schritte der Dekomposition (Zerlegung des Systems in einzelne Subsysteme und Komponenten), der Reduktion und Abstraktion (Weglassen von für die Aufgabenstellung unwesentlichen Details und Überführen auf ein einfacheres Ersatzsystem) und der Aggregation (Zusammenfassung von Komponenten und Subsystemen zu einem Ganzen) durchgeführt werden. Diese Schritte lassen sich nur beschränkt systematisieren, weshalb die Erstellung eines geeigneten mathematischen Modells zumindest zum Teil eine Ingenieurskunst ist und immer bleiben wird.

Abwägung Modellkomplexität vs. Modellgenauigkeit

Für die Beschreibung eines Systems sind zuvorderst die Wechselwirkung mit der Umgebung durch sogenannte *Eingangs-* bzw. *Ausgangsgrößen* von Bedeutung (siehe Abbildung 1.1)

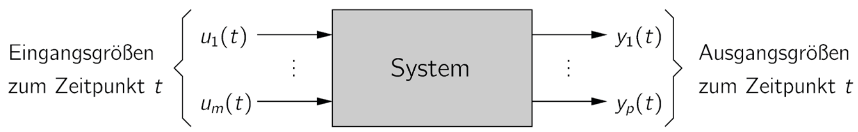

Abbildung 1.1: Systemdarstellung mit Ein- und Ausgangsgrößen.

- *Eingangsgrößen* $u_1, u_2, \ldots, u_m$ wirken von der Umgebung auf das System ein. Beeinflussbare Eingangsgrößen dienen in der Regelungstechnik als *Stellgrößen* (im Gegensatz zu nicht beeinflussbaren *Störgrößen*).

- *Ausgangsgrößen* $y_1, y_2, \ldots, y_p$ werden vom System erzeugt und beeinflussen die Umgebung. Ausgangsgrößen, die über Sensoren gemessen werden können, bezeichnet man als *Messgrößen*.

Zustandsgrößen

Für die Beschreibung dynamischer Zustände ist zusätzlich der Begriff des Zustands eines dynamischen Systems von Bedeutung, der wie folgt definiert ist:

Definition 1.1 (Zustand). *Die Größen* $x_1, \ldots, x_n$ *heißen* Zustandsgrößen *eines dynamischen Systems, wenn sich die Ausgangsgrößen* $y_1(t), \ldots, y_p(t)$ *zu jedem beliebigen Zeitpunkt* $t \geq t_0$ *durch die Historie der Eingangsgrößen* $u_1(\tau) \ldots, u_m(\tau)$, $t_0 \leq \tau \leq t$ *und die* Anfangszustände $x_1(t_0), \ldots, x_n(t_0)$ *beschreiben lassen.*

Zustandsraumdarstellung

In der Vorlesung werden dynamische Systeme mit endlichem Zustand ($n < \infty$) betrachtet, die sich durch gewöhnliche Differentialgleichungen (Dgln.), d. h., mit der Zeit als der einzigen unabhängigen Variablen, in der folgenden Form beschreiben lassen:

$$
\begin{aligned}
&\left.\begin{array}{ll}
\dot{x}_1 = f_1(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_m, t)\,, & x_1(t_0) = x_{1,0} \\
\dot{x}_2 = f_2(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_m, t)\,, & x_2(t_0) = x_{2,0} \\
\quad\vdots & \\
\dot{x}_n = f_n(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_m, t)\,, & x_n(t_0) = x_{n,0}
\end{array}\right\} \text{Zustandsdgln. mit Anfangsbedingungen} \\
&\left.\begin{array}{l}
y_1 = h_1(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_m, t) \\
y_2 = h_2(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_m, t) \\
\quad\vdots \\
y_p = h_p(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_m, t)
\end{array}\right\} \text{Ausgangsgleichungen}
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

wobei $\dot{x}_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x_i(t)$ als Abkürzung der Zeitableitung verwendet wird. Es ist gebräuchlich, die einzelnen Größen in Vektorform anzugeben

$$
\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}. \tag{1.2}
$$

Mit dem *Eingang* $\boldsymbol{u}$, dem *Ausgang* $\boldsymbol{y}$ und dem *Zustand* $\boldsymbol{x}$ lassen sich auch die Differentialgleichungen (1.1) in der kompakten Form

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0 \\
\boldsymbol{y} &= \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t)
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

schreiben.
Beim Aufstellen mathematischer Modelle dynamischer Systeme unterscheidet man im allgemeinen zwei Wege, die theoretische und die experimentelle

Systemanalyse. Im Folgenden wird das prinzipielle Vorgehen beider Wege kurz betrachtet.

Theoretische Modellbildung

Bei der theoretischen Analyse, auch theoretische Modellbildung genannt, wird das Modell berechnet. Ausgehend von in der Regel vereinfachenden Annahmen werden die Systemgleichungen dann mithilfe von Bilanzgleichungen und physikalischer Gesetzmäßigkeiten (z. B. Materialgesetze) hergeleitet. Das folgende Beispiel demonstriert die Vorgehensweise anhand eines einfachen Tanksystems.

Beispiel 1.1. *Betrachtet wird das aus einem konisch sich nach unten verjüngenden Tank bestehende System in Abbildung 1.2, das über einen Zulauf q_z mit einer Flüssigkeit befüllt und über den Ablauf q_a entleert wird. Wird nun die Aufgabe gestellt, ein mathematisches Modell für die sich im Tank befindliche Flüssigkeitsmenge aufzustellen, bietet sich als Zustandsgröße die Füllhöhe des Tanks h an. Mit $A(h)$ der Querschnittsfläche des Tanks in Abhängigkeit von der Höhe und folglich $\int_0^h A(\tilde{h})\mathrm{d}t$ dem Flüssigkeitsvolumen ergibt eine differentielle Bilanzierung der Flüssigkeitsmenge im Tank dann*

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^h A(\tilde{h})^2 \mathrm{d}\tilde{h} = q_z - q_a \; .$$

Während der Zulauf q_z eine unabhängige Eingangsgröße ist, hängt der Ablauf q_a von der Zustandsgröße h ab. Die gängigen Modellannahmen, dass die Füllhöhe eine gewisse Untergrenze überschreitet, die Querschnittsfläche des Behälters groß im Vergleich zum Querschnitt des Abflusses a ist und der Abfluss durch ein Loch im Behälter oder ein sehr kurzes Rohr erfolgt, erlauben die Beschreibung des Abflussvolumenstroms q_a über die Ausflussformel von Torricelli

$$q_a = a\sqrt{2gh} \; ,$$

wobei g die Erdbeschleunigung beschreibt. Die Modellgleichungen für den Tank lassen sich also als

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^h A(\tilde{h}) \mathrm{d}\tilde{h} = q_z - a\sqrt{2gh}$$

angeben, womit die Füllhöhe h als einzige Zustandsgröße ausreichend ist.

Aufgabe 1.1. *Beschreiben Sie das Flüssigkeitsvolumen in Abhängigkeit von der Füllhöhe h, wenn der Radius r des jeweils kreisförmigen Querschnitts des Behälters durch die Beziehung $r = sh + r_0$ mit $s > 0$ und $r_0 > 0$ dem Radius am Boden des Behälters beschrieben wird. Geben Sie daraufhin das System in expliziter Form* (1.1) *an.*

Experimentielle Modellbildung

Man spricht im Zusammenhang mit der theoretischen Modellbildung auch von White-Box-Modellen oder "first principles models". Im Gegensatz dazu werden die mathematischen Modelle bei der experimentellen Modellbildung auf Basis gemessener Ein- und Ausgangsgrößen so erstellt, dass das

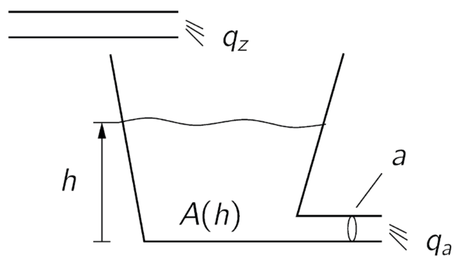

Abbildung 1.2: Einfaches Tanksystem (Beispiel 1.2)

Eingangs-Ausgangsverhalten möglichst gut wiedergegeben wird. Diese Art der Modellbildung wird auch als Systemidentifikation bezeichnet und man spricht bei Modellen, die ausschließlich auf experimenteller Information beruhen, von Black-Box-Modellen. Da Black-Box-Modelle sich lediglich auf experimentelle Ergebnisse stützen und kein (oder sehr wenig) a priori Wissen des Systems nutzen, hat das so gewonnene Modell nur in dem durch die Identifikation abgedeckten Datensatz Gültigkeit. Der Hauptvorteil dieses Vorgehens besteht darin, dass man relativ wenig Wissen über das System benötigt. Die Ermittlung eines (statischen) Modells einer Pumpe zeigt das Vorgehen beispielhaft.

Beispiel 1.2. *Das im Rahmen von Beispiel 1.1 hergeleitete Modell nutzt als Eingangsgröße den Zulaufvolumenstrom q_z. Wird dieser zum Beispiel durch eine Pumpe gefördert, so bietet es sich an, das System "Tank" um ein System "Pumpe" zu erweitern, da sich ein gewünschter geförderter Volumenstrom erst durch Anlegen einer gewissen Spannung an der Pumpe einstellt. Im einfachsten Fall kann eine Pumpe durch ein statisches Modell beschrieben werden, d.h., durch einen einfachen funktionalen Zusammenhang $q_z = f(U)$ zwischen einer Spannung U und dem geförderten Volumenstrom q_z.*
In Abbildung 1.3 ist der geförderte Volumenstrom der Pumpe q_z für verschiedene angelegte Spannungen U dargstellt. Es zeigt sich, dass der Zusammenhang über das Intervall der erlaubten Spannungen gut durch eine Gerade angenähert werden kann, so dass ein Zusammenhang in der Form

$$q_z = p_0 + p_1 U$$

mit konstanten Parametern p_0 und p_1 so gefunden werden kann, dass die Messwerte ein einer geeignet zu spezifizierenden Weise optimal wiedergegeben werden.

Frage 1.1. *Wie könnte das Modell der Pumpe einfach erweitert werden, um der Realität noch näher zu kommen?*

Aufgabe 1.2. *Lesen die Werte von q_z aus der Abbildung 1.3 ab und versuchen Sie, die Parameter p_0 und p_1 zu ermitteln. Nutzen Sie dafür "Bleistift und Papier" und/oder ein Tabellenkalkulationsprogramm (z.B. Excel).*

Zwischen Black-Box- und White-Box-Modellen gibt es je nach Verhältnis

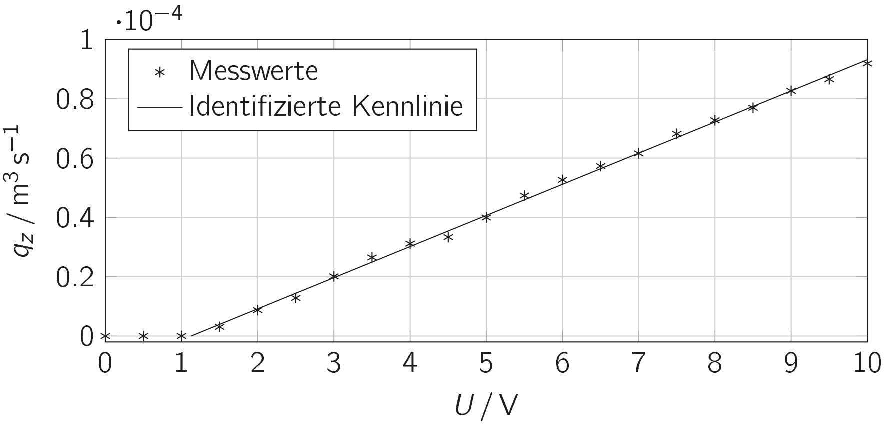

Abbildung 1.3: Identifikation einer Pumpenkennlinie (Beispiel 1.3).

Grey-Box-Modellen

von experimenteller zu physikalisch basierter Modellinformation verschiedene Grade von Grey-Box-Modellen. Dies ist notwendig, da es im Allgemeinen nicht möglich ist, ein mathematisches Modell ausschließlich über physikalische Gesetze herzuleiten und vollständig zu parametrieren, da einige sogenannte konstitutive Parameter (Reibungsparameter, Streuinduktivitäten, etc.) aus Experimenten ermittelt werden müssen, auch wenn der Modellansatz physikalisch motiviert ist. Die Vorteile dieser letzteren Modelle (White-Box-Modelle mit wenigen experimentell ermittelten Konstitutivparametern) besteht in der sehr guten Extrapolierbarkeit des Modells über die durch Experimente gewonnenen Daten hinaus, einer hohen Zuverlässigkeit, einer guten Einsicht in das Modell sowie in der Tatsache, dass das Modell skalierbar und auch für noch nicht realisierte Systeme (Prototyping) anwendbar ist. Als Nachteil kann angegeben werden, dass diese Art der Modellbildung im Allgemeinen relativ zeitintensiv ist und man das System genau verstehen muss.

Inhalte des Moduls

Im Rahmen dieses Moduls werden verschiedene Aspekte der theoretischen und experimentellen Modellanalyse betrachtet. Zunächst wird in Kapitel refcha:modellbildung die theoretische Modellbildung mechanischer und in Kapitel 3 die elektromechanischer Systeme betrachtet. Im zweiten Teil werden in den Kapiteln 4 und 5 verschiedene Identifikationsverfahren vorgestellt, die sowohl für die Ermittlung der Beschreibung eines Gesamtsystems als auch für die Bestimmung einzelner Parameter eines Grey-Box-Modells verwendet werden können.

Dies ist jedoch keine Liste, welche als eine Art Prüfliste bei der Aufgabenanalyse punktweise abgearbeitet werden muss, sondern sie stellt Anhaltspunkte für die Aufgabenanalyse dar. Fallweise können weitere Punkte hinzukommen oder auch aufgeführte entfallen. Sinn und Zweck der Aufgabenanalyse ist es, genau festzuschreiben was getan werden muss (ggf. auch festzulegen, was nicht unter die Aufgabenstellung fällt). Eine sorgfältig durchgeführte Aufgabenanalyse erspart späteren Ärger. In der Praxis: Wenn in einer fortgeschrittenen Projektphase eine Frage gestellt wird, die zum Beispiel lautet „Warum wurde der Einfluss der automatischen Sicherheitsabschaltung bei … nicht mit einbezogen?“, dann darf die Antwort nur lauten, dass dies nicht zu den Aufgaben gehörte.

Welche Fragen zum „AllTool“-Beispiel würden Sie zur Situationsanalyse stellen?

7.1.2 Ist-Zustands-Analyse

Die Ist-Zustand-Analyse beginnt mit der objektiven Ermittlung (Aufnahme) eines aktuellen Problems oder Zustandes (Ist-Zustand-Aufnahme). Hierbei darf keinerlei Bewertung oder Verzerrung des bestehenden Zustandes erfolgen. Bei der Ist-Zustands-Analyse sind die folgenden Teilschritte (Aufnahme / Analyse) zu beachten:

- Das System ist zunächst vom Umsystem abzugrenzen
- Das System und dessen Zustand ist objektiv zu beschreiben
- Das Umsystem ist jedoch – der wechselseitigen Bedeutung entsprechend– mit in die Beschreibung einzubeziehen

Umsystem und Untersuchungsbereich

In dem Kapitel „Techniken für die Situationsanalyse“ wird näher darauf eingegangen, mit welchen Mitteln die Zustands-Analyse erfolgen kann. Die Systemabgrenzung lässt sich aus der Aufgabenanalyse/Aufgabenstellung folgern: Es ist der Bereich der Realwelt abzugrenzen, dessen Elemente, Strukturen oder Funktionen verändert, stabilisiert oder neu zu erstellen sind. Hierdurch wird das System festgelegt, alles andere ist das Umsystem. Die Einbeziehung des Umsystems ist mit in die Beschreibung aufzunehmen: dies geschieht dadurch, dass untersucht und festgelegt wird, welche Bereiche des Umsystems wichtige Beziehungen zum definierten System haben. Hierdurch ergibt sich der sogenannte Untersuchungsbereich.

7.1.3 Zukunftsanalyse

Bei der Zukunftsanalyse geht es darum, künftige Entwicklungen und deren Auswirkungen auf das neu zu gestaltende System möglichst umfassend zu berücksichtigen. Dies wird im weiteren Verlauf dieses Skripts bei den Betrachtungsweisen beschrieben.

Mod:Master
Sensorsystemtechnik

Ansprechpartner

Dr. Gabriele Gröger
Albert-Einstein-Allee 45
89081 Ulm

Tel 0049 731 – 5 03 24 00
Fax 0049 731 – 5 03 24 09

gabriele.groeger@uni-ulm.de
www.uni-ulm.de/saps

Postanschrift

Universität Ulm
School of Advanced Professional Studies
Albert-Einstein-Allee 45
89081 Ulm

Das Studienangebot „Sensorsystemtechnik“ wurde entwickelt im Projekt Mod:Master, das aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert und aus dem Europäischen Sozialfonds der Europäischen Union kofinanziert wird (Förderkennzeichen: 16OH11027, Projektnummer WOH11012). Dabei handelt es sich um ein Vorhaben im Programm „Aufstieg durch Bildung: offene Hochschulen“.

AUFSTIEG DURCH BILDUNG OFFENE HOCHSCHULEN

EUROPÄISCHE UNION

ESF Europäischer Sozialfonds für Deutschland

GEFÖRDERT VOM
Bundesministerium für Bildung und Forschung