

# Abstracts der Vorträge im Rahmen des Seminars Fourier-Optik

Wikipedia:

Die **Fourieroptik** (nach Jean Baptiste Joseph Fourier) ist ein Teilbereich der Optik, in dem die Ausbreitung von Licht mit Hilfe der Fourier-Analyse untersucht wird. Die Fourieroptik berücksichtigt die Wellennatur des Lichtes, vernachlässigt aber z. B. die Polarisierung.

## 1) Fourier Transformation

In diesem Vortrag wird eine Einführung in die Fourier-Transformation gegeben. Angefangen wird mit der diskreten Fourier-Reihe, die mit Hilfe eines Grenzübergangs in die Fourier-Transformation übergeführt wird. Bei diesem Übergang wird die Deltafunktion eingeführt und deren Eigenschaften anhand der Darstellung der Delta-Distribution durch eine Gauß-Funktion gezeigt. Anschließend werden wichtige Anwendungen der Fourier Transformation besprochen, u.a. die Faltung, die dann zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung verwendet wird.

## 2) Beugungsintegrale nach Kirchhoff und Sommerfeld

Das Beugungsintegral nach Sommerfeld befasst sich mit der Verbesserung des Beugungsintegrals von Kirchhoff, das auf Grund der verwendeten unrealistischen Randbedingungen für die Wellenfunktion zu Widersprüchen mit den Gesetzen der Funktionentheorie führt. Kirchhoff nahm an, dass die Wellenfunktion und ihre Ableitung nach der Normalen hinter der gesamten Blende, bis auf deren Öffnung, identisch null sind. Diese Annahme widerspricht aber den Gesetzen der Wellentheorie, da jede Lösung mit diesen Eigenschaften die Null ist. Die Theorie von Sommerfeld vermeidet diese mathematischen Widersprüche der Kirchhoff Theorie unter Verwendung der exakten Green-Funktion für den Halb-Raum. Er konstruiert die Green Funktion so, dass sie auf der gesamten Oberfläche des Halb-Raums verschwindet. In diesem Zusammenhang wird auch die Bedeutung der Ausstrahlungsbedingung von Sommerfeld gezeigt, die gewährleistet, dass nur durch die Blendenöffnung eine Welle in den Halb-Raum einläuft.

## 3) Fresnelsche Zonenplatte und Beugung im Nahfeld

Ausgehend von der Lichterregung in einer vorgegebenen Ebene und dem Huygenzschenschen Prinzips soll die Amplituden- bzw. Intensitätsverteilung in der Beobachtungsebene bestimmt werden, wobei man nur die Beiträge bestimmter räumlicher Bereiche, der sogenannten Fresnelschen Zonen, berücksichtigt. Die Summation erfolgt hierbei unter Verwendung des Beugungsintegrals von Kirchhoff oder Sommerfeld. Befindet sich in der Ausgangsebene eine Kreisblende, so tragen umso weniger Fresnelsche Zonen zu Lichterregung in der Beobachtungsebene bei je größer der Abstand zwischen Beobachtungspunkt und der Blendenebene ist. Die Struktur der Intensitätsverteilung hängt empfindlich vom Abstand zwischen den beiden Ebenen ab. Im Nahfeld tragen sehr viele Zonen zur Intensität bei, im Fernfeld dagegen nur die erste Zone.

Zur analytischen Berechnung des Beugungsintegrals von Sommerfeld ist es notwendig, den Integranden durch eine geeignete Näherung zu ersetzen, für das Nahfeld mit Hilfe der Fresnelnäherung. Diese Näherung ermöglicht eine analytische Berechnung dessen Ergebnis die experimentellen Resultate hinreichend genau wiedergibt.

Nach einer kurzen Diskussion zum Gültigkeitsbereich der Fresnelnäherung und deren physikalischer Bedeutung, folgt eine Veranschaulichung der Näherung für die ebene Welle (a) ohne Blende in der Ausgangsebene, (b) mit Einzelspalt-Blende, (c) Blende mit rechteckiger Öffnung, (d) Blende mit kreisförmiger Öffnung und (e) die Fresnelsche Zonenplatte.

#### 4) Fraunhofersche Beugung

Die Fraunhofer Beugung beschreibt die Intensitätsverteilung im Fernfeld. In diesem Fall ist der Abstand der Beobachtungsebene von der Blendenebene im Vergleich zur Blendenöffnung sehr groß, sodass nur die erste Fresnel Zone zur Intensität beiträgt. Dies hat zur Folge, dass die Fresnel Transformation in die Fourier Transformation übergeht. Als Beispiele werden die Beugungsbilder für den Einzelspalt, das Spaltgitter und die Lochblende berechnet und dargestellt. Außerdem wird das Babinet'sche Theorem für den Spezialfall des Fernfelds verifiziert.

#### 5) Phasenschiebung von Linsen

Linsen sind wichtige Bauelemente nahezu aller optischen Instrumente. Der wichtigste Effekt der „dünnen“ Linse auf die Propagation der Lichtwelle wird in Gaußscher Näherung berechnet. Das Ergebnis zeigt, dass die Form der Wellenfront bzw. die Phase der Welle, beim Durchgang durch eine Linse verändert wird, im Idealfall wird eine auslaufende Kugelwelle mit Ursprung in der Objektebene in eine einlaufende Kugelwelle mit Ursprung in der konjugierten Bildebene transformiert. Die Gaußsche Näherung approximiert die Kugelflächen durch Paraboloiden. Die Phasenschiebung der Linse hängt ab von Brechungsindex und der geometrischen Form („Dickefunktion“) der Linse. Im Rahmen der Fourier-Optik wird angenommen, dass im Falle der dünnen Linse die Phasenänderung der Welle abrupt in der Mittelebene der Linse erfolgt. Insbesondere liefert auch die wellenoptische Berechnung der Abbildung mit einer dünnen Linse die bekannte Formel der geometrischen (Strahlen-) Optik.

#### 6) Optische Filterung

Für die optische Filterung eignet sich am besten das sogenannte 4f-System. Dieses teleskopische System besteht aus zwei identischen Linsen im Abstand  $2f$ , der doppelten Brennweite jeder der beiden Linsen. Die vordere Brennebene der ersten Linse ist die Objektebene und die hintere Brennebene der zweiten Linse die Bildebene des Systems. Die Beugungsebene liegt in der Mitte zwischen den beiden Linsen wie in Abb. 3 dargestellt ist.

Mit einem 4f-System und einer geeigneten Blende lassen sich Objektfunktionen filtern. Spezielle optische Filterungen entsprechen den Hochpass- und Tiefpass-Filterungen der Elektrotechnik. Damit können zum Beispiel störende Untergrundsignale heraus gefiltert werden. Darüber hinaus kann der Kontrast des Bildes eines Phasenobjekts durch ein geeignetes Phasenplättchen in der Beugungsebene erhöht werden. Mit Hilfe von matched Filtern können Referenzobjekte mit einem anderen Objekt verglichen werden.

## 7) Räumliche und zeitliche Kohärenz

Zum Verständnis der Eigenschaften der räumlichen Kohärenz eignet sich besonders das Beugungsmuster, das man mit einem Michelson-Interferometer erzeugt. Der Kontrast der Intensitätsverteilung wird durch den Kohärenzgrad bestimmt, der von der Größe der effektiven Quelle abhängt. Jeder Punkt der effektiven Quelle sendet eine inkohärente Kugelwelle aus, wobei die Phasen der einzelnen Wellen nicht korreliert sind. Die effektive Quelle einer kohärenten Quelle ist daher punktförmig.

Anhand des Beugungsbilds des Doppelspalts wird der Kohärenzgrad erläutert und der Zusammenhang mit der Größe der effektiven Quelle berechnet. Der Kohärenzgrad kann auch anhand des Leistungsspektrums ausgerechnet werden. Der zeitliche Kohärenzgrad eines Wellenpakets wird anhand einer einzelnen Spektrallinie berechnet und der Zusammenhang zwischen der Kohärenzzeit und der Kohärenzlänge angegeben.

## 8) Optische Holographie

Die Holographie ist ein Verfahren zur Aufzeichnung der Amplitude und der Phase einer Welle mit Hilfe einer Referenzwelle. Dieses Verfahren entspricht der Modulation von Wellen in der Nachrichtentechnik.

Man unterscheidet die Hologramme in Bezug auf die Richtung der auf das Objekt einfallenden Welle und die Richtung der Referenzwelle: inline Hologramme sind solche bei deren Aufzeichnung die Richtungen der beiden Wellen parallel zueinander sind; Seitenband-Hologramme sind Hologramme, die sich ergeben wenn sich die Richtung der Referenzwelle von der Richtung der einfallenden Welle unterscheidet und der Winkel zwischen den Richtungen hinreichend groß ist, so dass keine Überlagerung der Anteile (Seitenbänder) des Hologramms erfolgt. Die Rekonstruktion der vom Objekt ausgehenden Welle wird anhand des experimentellen Verfahrens verdeutlicht und die entsprechende mathematische Formulierung hergeleitet. Zum Verständnis der Holographie werden die historischen Gründe erläutert, die Einschränkungen der ursprünglichen inline Holographie dargestellt und die Bedeutung und Notwendigkeit der geeigneten Referenzwelle gezeigt.

## 9) Elektronenholographie

Die Realisierung der Holographie mit Elektronenstrahlen war das ursprüngliche Ziel von Denis Gabor, dem Erfinder der Holographie. Sein vorgeschlagenes Verfahren erlaubt es nämlich, den unvermeidbaren Öffnungsfehler von runden Elektronenlinsen bei der Rekonstruktion zu beseitigen; aufgrund der kleinen Wellenlänge der Elektronen ermöglicht das Elektronenmikroskop die atomare Auflösung der Objekte, falls es gelingt, den Öffnungsfehler zu beseitigen. Bei der Entstehung des Bilds im Elektronenmikroskop geht jedoch die Phaseninformation der Wellenfunktion der Elektronen verloren, weil der Detektor nur die Intensität des Bilds registriert. Das bedeutet, dass Phasenobjekte praktisch unsichtbar für das Transmissions-Elektronenmikroskop sind. Auch in diesem Fall liefert die Elektronenholographie eine Lösung, weil sie die Amplitude und die Phase der am Objekt gestreuten Welle liefert. Um einen hinreichenden Kontrast des Hologramms zu erzielen, benötigt man eine hochkohärente Quelle, wie es der Laser für die **Lichtoptik** ist. Leider gibt es keinen Elektronenlaser weil die Elektronen Fermiteilchen sind, die nicht im gleichen Quantenzustand sein können. Hinzu kommt, dass die Energiebreite thermischer

Elektronenquellen aufgrund des Farbfehlers der Elektronenlinsen die Information über die Phase der Objektwelle im Hologramm weitgehend auslöscht. Erst durch die Entwicklung der Feldemissions-Kathoden ist es gelungen, hinreichend kohärente Elektronenquellen zu erzeugen, die eine atomare Elektronenholographie ermöglichen.

Wie im Falle der Lichtholographie, ist auch zur Aufzeichnung des Elektronenhogramms eine kohärente Referenzwelle erforderlich, die der Objektwelle überlagert wird. Damit die Referenzwelle gegenüber der auf das Objekt einfallenden Welle kohärent und geneigt ist, benötigt man einen Wellenteiler, der die von der Quelle ausgehende Primärwelle in zwei kohärente Teilwellen aufspaltet. Ein geeigneter Wellenteiler ist das elektrische Biprisma nach Möllenstedt. Die mit diesem Verfahren erhaltenen Hologramme ermöglichen es, die Amplitude und Phase der Objektwelle zu rekonstruieren, indem man bei der numerischen Rekonstruktion auch die durch die geometrischen Fehler der Elektronenlinsen erzeugte auflösungsverschlechternde zusätzliche Phasenverschiebung beseitigt.