Über die Parameteridentifikation im geschlossenen Kreis und die dafür optimale Eingangsplanung

A. Schaum†, A. Lepsien†, T. Lundt†

†Lehrstuhl für Prozessanalytik, Universität Hohenheim, Garbenstr. 23, D-70599 Stuttgart,
Tel: +49(0)711 459 23286, E-Mail: alexander.schaum@uni-hohenheim.de

In diesem Beitrag wird das Problem der gleichzeitigen Zustands- und Parameteridentifikation betrachtet. Spezifisch werden hierbei sowohl die grundlegenden Systemeigenschaften als auch anwendungsspezifische Fragestellungen diskutiert. Hierzu wird die Systemklasse betrachtet, welche durch Modelle der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \boldsymbol{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{p}) + \boldsymbol{g}(\mathbf{x}, \boldsymbol{p})u, \qquad t > 0, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{1}$$

$$y_i = h_i(\mathbf{x}) + v_i, \qquad i = 1, \ldots, m, t \geq 0 \tag{2}$$

dargestellt werden kann. Hierbei stellt $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ den Zustand, $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^{n_p}$ den unbekannten Parametervektor, $t \geq 0$ die Zeit, $\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}$ hinreichend oft bzgl. ihrer Argumente differenzierbare Vektorfelder im $\mathbb{R}^{n_x}$, und y_i die i-te Messung entsprechend der Ausgangsfunktion $h_i : \mathbb{R}^{n_x} \to \mathbb{R}$ dar. Es wird von additivem, mittelwertfreiem weißem Messrauschen $v_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ ausgegangen.

Die Lösung der Differentialgleichung kann entsprechend durch eine Funktion $\boldsymbol{\phi} : [0, \infty) \times \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_p} \to \mathbb{R}^{n_x}$ beschrieben werden als $\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t, \mathbf{x}_0, \boldsymbol{p})$, sodass auch der Ausgang als Funktion von $\boldsymbol{p}$ verstanden werden kann, gemäß $\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\phi}(t, \mathbf{x}_0, \boldsymbol{p}))$. Es wird angenommen, dass die Systemgleichungen so definiert sind, dass alle Parameter positiv sind, sodass intrinsisch ein positiver Schätzer für die Parameter verwendet wird.

Besondere Aufmerksamkeit erhält die Diskussion der strukturellen Beoabachtbarkeits- und Identifizierbarkeitseigenschaften, sowie die Frage nach einer optimalen Eingangsplanung. Hierzu wird die Maximierung des Informationsgehaltes in der Messung analysiert, welcher anhand der zugehörigen Fischerinformationsmatrix

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{p}, T) = \int_0^T \frac{\partial \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\phi}(t, \mathbf{x}_0, \boldsymbol{p}))}{\partial \boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}} \mathrm{R}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\phi}(t, \mathbf{x}_0, \boldsymbol{p}))}{\partial \boldsymbol{p}} \mathrm{d}t \tag{3}$$

quantitativ erfasst wird (R stellt die Kovarianzmatrix des Messrauschens dar). Verschiedene Maße um den Informationsgehalt zu quantisieren werden verglichen. Hinsichtlich der Eingangsoptimierung im geschlossenen Kreis wird eine modellprädiktive Optimierung in Kombination mit einem geeigneten Zustands- und Parameterschätzer vorgestellt. Anwendungsszenarien aus thermischen Prozessen, Diffusions-Konvektions-Reaktionssystemen, sowie gekoppelten Oszillatoren runden die Diskussion ab.

Literatur

[1] Lundt, T.N., Lepsien, A., Feketa, P., Meurer, T., Schaum, A.: Parameter estimation in adaptively coupled Kuramoto oscillators, IFAC J3C (accepted), 2025.

[2] Lepsien, A., Kügler, P., Schaum, A.: Optimal input design for joint state and parameter estimation for a class of nonlinear systems, IEEE Access, under Review, 2025.