

Backstepping und die strenge Rückkopplungsform hyperbolischer verteilt-parametrischer Systeme

N. Gehring

Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg,
Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg, E-Mail: nicole.gehring@ovgu.de

Der Backstepping-Entwurf von Reglern für Systeme mit verteilten Parametern (SVP) nutzt typischerweise eine Volterra-Integraltransformation, um eine gegebene Dynamik auf eine Zieldynamik abzubilden, in der die Wahl einer stabilisierenden Zustandsrückführung naheliegt (z.B. [5]). Seinen Ursprung hat dieser Entwurf in [2]. Dort wird der für endlichdimensionale Systeme in strenger Rückkopplungsform bekannte sukzessive Backstepping-Entwurf auf eine Reaktions-Diffusions-Gleichung übertragen, die nach einer örtlichen Semidiskretisierung ebenfalls in strenger Rückkopplungsform vorliegt. Die Backstepping-Entwürfe für parabolische SVP und endlichdimensionale Systeme verbindet außerdem, dass die verwendeten Transformationen aufgrund ihrer triangulären Struktur inhärent invertierbar sind.

Für heterodirektionale hyperbolische Systeme, wie sie beispielsweise Wellenphänomene beschreiben, werden in der Backstepping-Literatur unterschiedliche Transformationen und Zielsysteme diskutiert (z.B. [1], [4]). Im Gegensatz zum parabolischen Fall führt die räumliche Diskretisierung eines hyperbolischen SVP jedoch nicht auf ein endlichdimensionales System in strenger Rückkopplungsform. Zudem weist die räumliche Diskretisierung der Volterra-Integraltransformation keine trianguläre Struktur auf.

Diesen strukturellen Unterschied zwischen hyperbolischen und parabolischen Systemen greift der Vortrag auf (siehe auch [3]). Er bietet eine alternative Interpretation der etablierten Backstepping-Entwürfe aus systemtheoretischer Sicht. Durch die Kombination und Erweiterung bestehender Backstepping-Ergebnisse wird eine strenge Rückkopplungsform für heterodirektionale hyperbolische SVP hergeleitet. Auf diese Weise wird die Verbindung zwischen Backstepping für SVP und seinem endlichdimensionalen Ursprung sichtbar. Die daraus gewonnenen strukturellen Einsichten zeigen Zusammenhänge mit den Eigenschaften der exakten Steuerbarkeit und der Flachheit auf und ermöglichen die Übertragung bekannter Konzepte aus dem endlichdimensionalen auf den unendlichdimensionalen Fall.

- [1] J. Auriol und F. Di Meglio. Minimum time control of heterodirectional linear coupled hyperbolic PDEs. *Automatica*, 71:300–307, 2016.
- [2] A. Balogh und M. Krstic. Infinite dimensional backstepping-style feedback transformations for a heat equation with an arbitrary level of instability. *Eur. J. Contr.*, 8(2):165–175, 2002.
- [3] N. Gehring. On the strict-feedback form of hyperbolic distributed-parameter systems. In: *Proc. European Control Conference (ECC), Reykjavik, Iceland*, S. 238–243, 2026.
- [4] L. Hu, R. Vazquez, F. Di Meglio und M. Krstic. Boundary exponential stabilization of 1-D inhomogeneous quasilinear hyperbolic systems. *SIAM J. Contr. Optim.*, 57:963–998, 2019.
- [5] M. Krstic und A. Smyshlyaev. *Boundary Control of PDEs: A Course on Backstepping Designs*. SIAM Philadelphia, 2008.