

Dreiecksformen für x -flache eingangsaffine Mehrgrößensysteme

Georg Hartl, Conrad Gstöttner, Markus Schöberl

Institut für Regelungstechnik, Johannes Kepler Universität Linz, Altenberger Straße 69,
4040 Linz, E-Mail: {georg.hartl, conrad.gstoettner, markus.schoeberl}@jku.at

Für die Analyse der Flachheit eingangsaffiner Mehrgrößensysteme

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u^1 + \cdots + g_m(x)u^m \quad (1)$$

haben sich flache Dreiecksformen als äußerst nützlich erwiesen. Lässt sich (1) durch eine Zustandstransformation und eine statische Stellgrößentransformation auf eine flache Dreiecksform bringen, so kann man einen flachen Ausgang unmittelbar an den obersten Zuständen ablesen. Betrachtet werden dabei x -flache Ausgänge, also solche, die ausschließlich vom Zustand abhängen.

Einerseits existieren für bestimmte Dreiecksformen notwendige und hinreichende Bedingungen dafür, dass sich ein System der Form (1) in diese flache Dreiecksform überführen lässt [1, 2]. Durch diese vollständige Charakterisierung erhält man hinreichende Bedingungen für Flachheit und eine Vorschrift zur Berechnung eines flachen Ausganges, ohne das zugrunde liegende System explizit auf die Dreiecksform zu transformieren. In [3] wurde eine Multi-Chained-Form mit kompatibelem Drift [1] um lineare Teildynamiken erweitert und vollständig charakterisiert. Es wurde gezeigt, dass der 3D-Brückenkran ein Vertreter dieser auf einer Multi-Chained-Form basierenden Dreiecksform ist. Dadurch konnte die Lastposition des Brückenkrans systematisch als flacher Ausgang identifiziert werden.

Andererseits können flache Dreiecksformen auch geometrisch durch einen gegebenen flachen Ausgang beschrieben werden [4, 6]. Diese sehr allgemeinen Dreiecksformen enthalten die zuvor genannten Formen als Spezialfälle. Während eine vollständige geometrische Charakterisierung noch aussteht, lassen sich mithilfe dieser Dreiecksformen Algorithmen zur systematischen Berechnung von Kandidaten für flache Ausgänge entwickeln [5]. Basierend auf geometrischen Eigenschaften eines x -flachen Ausganges wurde in [6] eine möglichst allgemeine Dreiecksform für eingangsaffine Systeme mit drei Eingängen vorgestellt.

Dieser Vortrag gibt einen Einblick in die Rolle flacher Dreiecksformen bei der Flachheitsanalyse eingangsaffiner Mehrgrößensysteme und zeigt, wie sich die beiden vorgestellten Zugänge – die Charakterisierung von Dreiecksformen einerseits ausgehend von der originalen Systemdynamik, andererseits ausgehend von einem gegebenen flachen Ausgang – gegenseitig ergänzen.

Literatur

- [1] Li, S.J.; Nicolau, F.; Respondek, W.: Multi-input control-affine systems static feedback equivalent to a triangular form and their flatness, *International Journal of Control* 89 (2016) 1, S. 1–24.
- [2] Gstöttner, C.; Kolar, B.; Schöberl, M.: A structurally flat triangular form based on the extended chained form, *International Journal of Control* 95 (2022) 5, S. 1144–1163.

- [3] Hartl, G.; Gstöttner, C.; Schöberl, M.: A Flat Triangular structure based on a multi-chained form, 2026 European Control Conference (ECC), Reykjavík, Island 2026, S. 2104–2111.
- [4] Gstöttner, C.; Kolar, B.; Schöberl, M.: A triangular normal form for x-flat control-affine two-input systems, 2024 28th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), Międzyzdroje, Polen 2024, S. 298–303.
- [5] Hartl, G.; Gstöttner, C.; Schöberl, M.: On triangular forms for x-flat control-affine systems with two inputs, 2025 29th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), Cluj-Napoca, Rumänien 2025, S. 161–168.
- [6] Hartl, G.; Gstöttner, C.; Schöberl, M.: A structurally flat triangular form for three-input systems, 2026 IEEE 65th Conf. on Decision and Control (CDC), Honolulu, HI, USA 2026, angenommen. Preprint: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2604.02510>