Universität Ulm
Institut für Allgemeine Elektrotechnik und Mikroelektronik
Prof. Dr.-Ing. Albrecht Rothermel

A1	
A2	
A3	
$\sum$	
Note	

Schriftliche Prüfung in

Grundlagen der Elektrotechnik I

27.02.2009 9:00-11:00 Uhr

Name: ________________________________ Matrikelnr.: ____________________

Hinweise:

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie die Lösung jeder Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Verwenden Sie keinen Rotstift.
- Achten Sie darauf, vollständige Lösungen abzugeben (d.h. Ansatz und ausführlicher Lösungsweg).
- Die Prüfung besteht aus diesem Deckblatt und 6 Blättern mit 3 Aufgaben.
- Es werden alle 3 Aufgaben gewertet.

Bitte geben Sie am Schluss der Prüfung ab:

- Dieses Deckblatt und alle 6 Aufgabenblätter.
- Alle Lösungsblätter nach Aufgaben geordnet.
- Auf jedem Blatt Name und Matrikelnummer nicht vergessen!

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

Für die Schaltung aus Abbildung 1 soll berechnet werden, welche der beiden identischen Glühlampen L_1 oder L_2 heller leuchtet, also mehr Leistung aufnimmt. Die Berechnung erfolgt in kleinen Schritten.

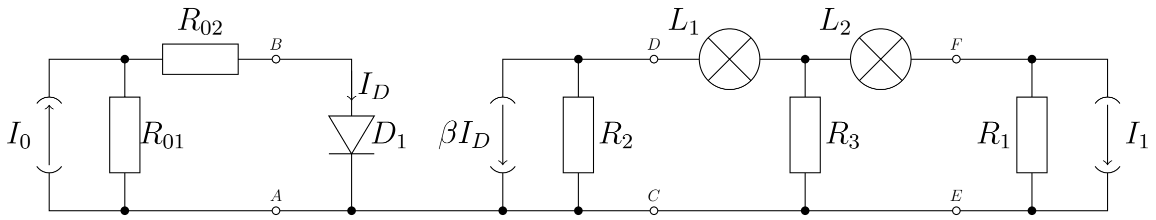

Abbildung 1

Die Bauteile haben folgende Werte:

$$I_0 = +10mA \quad R_{01} = 200\Omega \quad R_1 = 35\Omega \quad R_3 = 50\Omega$$
$$I_1 = +20mA \quad R_{02} = 1800\Omega \quad R_2 = 10\Omega \quad R_{L_1} = R_{L_2} = 40\Omega$$

Für die gesteuerte Stromquelle (kein Transistor) gilt: $\beta = +200$

Die Diode hat folgende Kennlinie:

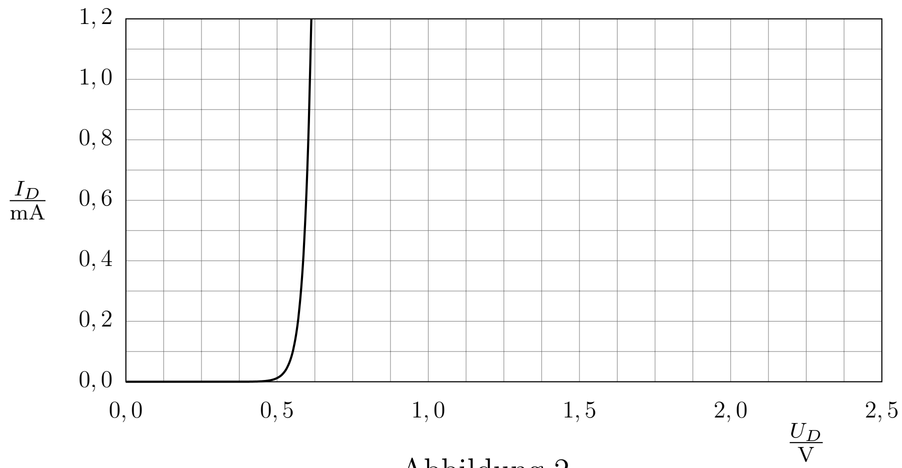

Abbildung 2

a) Ersetzen Sie zunächst die beiden realen Stromquellen an den Klemmen A und B (I_0, R_{01},R_{02}), bzw. E und F (I_1,R_1) durch Ersatzspannungsquellen und berechnen Sie die zugehörigen Bauteilgrößen. Zeichnen Sie die Schaltung erneut, aber diesmal mit den beiden Ersatzspannungsquellen.

b) Tragen Sie in die Abbildung 2 die Arbeitsgerade für die Ersatzspannungsquelle bezüglich der Klemmen A und B aus Aufgabenteil a) ein und bestimmen Sie dadurch den Diodenstrom I_D.

c) Ersetzen Sie nun die Elemente links der Klemmen C und D durch eine Ersatzspannungsquelle und berechnen Sie die zugehörigen Bauteilgrößen. Zeichnen Sie nun die vereinfachte Schaltung.

d) Berechnen Sie nun mit Hilfe des Überlagerungssatzes die Ströme durch die beiden Lampen. Ermitteln Sie außerdem auch die aufgenommene Leistung in den beiden Glühlampen. Welche der beiden Lampen leuchtet heller?

Aufgabe 2:

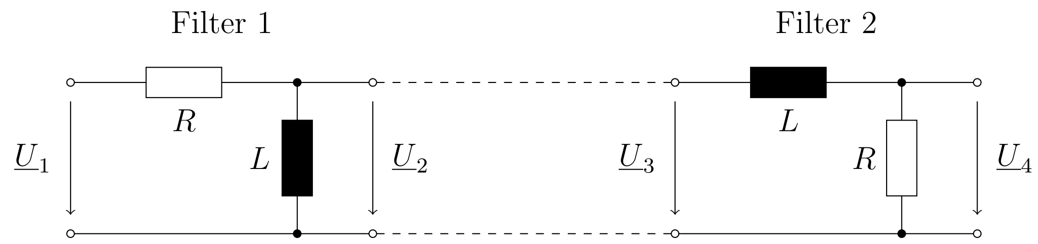

Abbildung 3

Die beiden Filter in Abbildung 3 sollen zunächst getrennt voneinander betrachtet werden (*keine* Verbindung durch die gestrichelten Linien).

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen $\underline{H}_1(\omega) = \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}$ und $\underline{H}_2(\omega) = \frac{\underline{U}_4(\omega)}{\underline{U}_3(\omega)}$ von Filter 1 und 2.

b) Berechnen Sie die Beträge $|\underline{H}_1(\omega)|$ und $|\underline{H}_2(\omega)|$ sowie die Phasen $\varphi_1(\omega) = \arg(\underline{H}_1(\omega))$ und $\varphi_2(\omega) = \arg(\underline{H}_2(\omega))$ der Übertragungsfunktionen.

c) Bestimmten Sie die 3 dB-Grenzfrequenzen $f_{g,1}$ und $f_{g,2}$ der beiden Filter und zeichnen Sie das Bode-Diagramm (nur die Asymptoten!) von Filter 1 in die Diagramme 1.1 bzw. 1.2 und das Bode-Diagramm (nur die Asymptoten!) von Filter 2 in die Diagramme 2.1 bzw. 2.2. Verwenden Sie für die Bode-Diagramme folgende Bauteilwerte: $R = 220\,\mathrm{k\Omega}$ und $L = 35\,\mathrm{mH}$

d) Um welche Filter handelt es sich bei Filter 1 und 2?

e) Nehmen Sie an, Filter 1 und 2 werden so gekoppelt, dass die Übertragungsfunktion $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_4(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}$ der gesamten Struktur als Produkt der beiden einzelnen Übertragungsfunktionen $\underline{H}_1(\omega)$ und $\underline{H}_2(\omega)$ berechnet werden kann. Zeichnen Sie das Bode-Diagramm (nur die Asymptoten!) der gesamten Struktur in die Diagramme 3.1 bzw. 3.2. Die Bauteilwerte aus Teilaufgabe c) ändern sich nicht. Welchen (exakten) Wert hat der Betrag dieser Übertragungsfunktion bei $f = 1\,\mathrm{MHz}$?

Jetzt werden die Filter in Abbildung 3 verbunden (gestrichelte Linien sind Verbindungen).

f) Berechnen Sie nun die Übertragungsfunktion $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_4(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}$ der gesamten Struktur. Welchen (exakten) Wert hat der Betrag dieser Übertragungsfunktion bei $f = 1\,\mathrm{MHz}$? Wie groß (in dB) ist an dieser Stelle der Fehler des Betrags der Übertragungsfunktion durch die Annahme aus Teilaufgabe e)?

g) Ist es möglich, die Bauteilwerte der Struktur so zu verändern, dass der Betrag der Übertragungsfunktion Werte größer als 0 dB annehmen kann? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Struktur der Schaltung!

Aufgabe 3:

Im folgenden sollen drei Schaltungen mit idealen Operationsverstärkern schrittweise untersucht werden.

Betrachten Sie zunächst Abbildung 4.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $\underline{H}_1(\omega) = \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}$ in Abhängigkeit von R_1 und R_2 an.

b) Berechnen Sie sowohl den Betrag $H_1(\omega) = |\underline{H}_1(\omega)|$ als auch die Phase $\varphi_1(\omega)$ der Übertragungsfunktion.

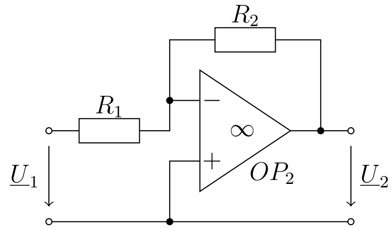

Abbildung 4

Untersuchen Sie nun die Schaltung aus Abbildung 5.

c) Geben Sie nun die Übertragungsfunktion $\underline{H}_2(\omega) = \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}$ in Abhängigkeit von R_1 und C_1 an.

d) Bestimmen Sie ebenfalls sowohl den Betrag $H_2(\omega) = |\underline{H}_2(\omega)|$ als auch die Phase $\varphi_2(\omega)$ der Übertragungsfunktion.

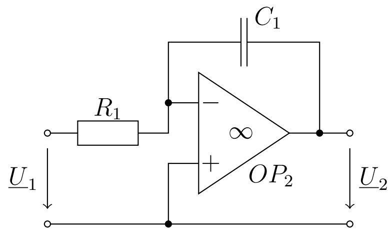

Abbildung 5

e) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung $U_2(t)$ für eine Eingangsspannung $U_1(t) = \begin{cases} 0 & : \; t < 0 \\ U_0 & : \; t \geq 0 \end{cases}$
Der Kondensator C_1 ist für $t < 0$ ungeladen ($U_C(t<0) = 0V$).
(Beachten Sie: Die Differentialgleichung ist hier direkt lösbar!)

f) Stellen Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung $U_2(t)$ aus dem vorherigen Aufgabenteil graphisch in einem Diagramm für einen Zeitraum von $-\tau < t < 4\tau$ mit $\tau = R_1C_1$dar.

Die folgenden Aufgabenteile sind ohne c) - f) lösbar.

Betrachten Sie nun Abbildung 6.

g) Geben Sie wiederum die Übertragungsfunktion $\underline{H}_3(\omega) = \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}$, nun in Abhängigkeit von R_1, R_2 und C_1 an.

h) Bestimmen Sie auch für diese Schaltung sowohl den Betrag $H_3(\omega) = |\underline{H}_3(\omega)|$ als auch die Phase $\varphi_3(\omega)$ der Übertragungsfunktion.

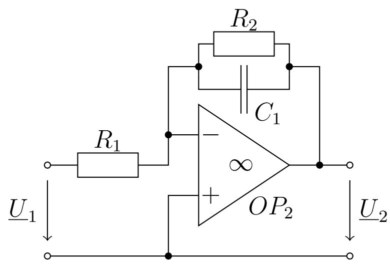

Abbildung 6

i) Ermitteln Sie ebenfalls den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung $U_2(t)$ für eine Eingangsspannung $U_1(t) = \begin{cases} 0 & : \ t < 0 \\ U_0 & : \ t \geq 0 \end{cases}$
Der Kondensator C_1 ist für $t < 0$ ungeladen ($U_C = 0V$).

j) Stellen Sie wieder den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung $U_2(t)$ aus dem vorherigen Aufgabenteil graphisch in einem Diagramm für einen Zeitraum von $-\tau < t < 4\tau$ mit $\tau = R_2C_1$dar.

Im folgenden sollen die beiden Übertragungsfunktionen $\underline{H}_2(\omega)$ und $\underline{H}_3(\omega)$ miteinander verglichen werden. Die Widerstände R_1 und R_2 gilt dabei $R_2 = 10R_1$.

k) Geben Sie für beide Übertragungsfunktionen den Amplitudengang in Dezibel an, wie er üblicherweise für Bodediagramme verwendet werden.

l) Tragen Sie jeweils die Amplituden- und die Phasengänge beider Übertragungsfunktionen in die Diagramme 4.1 und 4.2 ein. Normieren Sie dabei die Winkelfrequenz ω auf $\omega_0 = \frac{1}{R_2C_1} = \frac{1}{10R_1C1}$. Berechnen Sie explizit die Werte für $\frac{\omega}{\omega_0} = 0,01;\ 0,1;\ 1;\ 10$ und 100 und tragen Sie den prinzipiellen Verlauf anhand dieser in die Diagramme ein.

Lösungblatt zur Aufgabe 2:

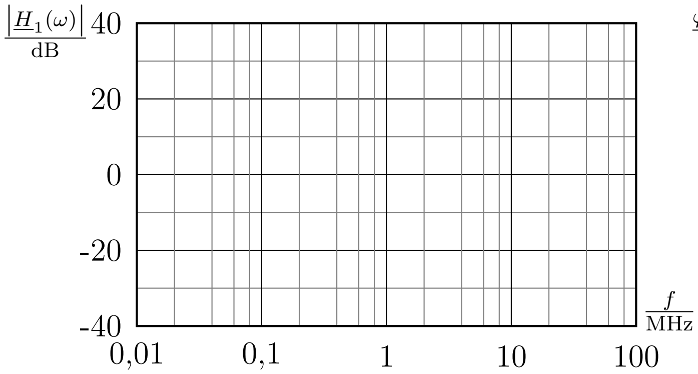

Diagramm 1.1

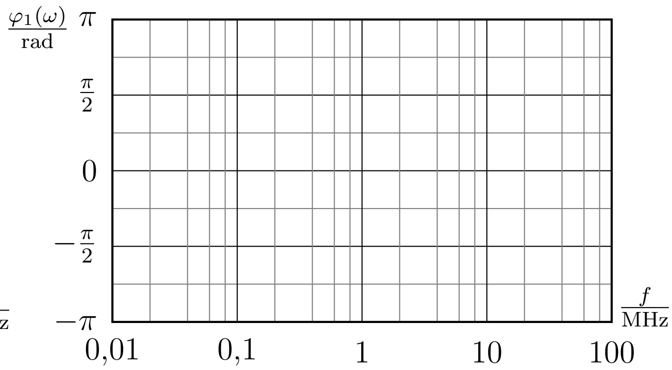

Diagramm 1.2

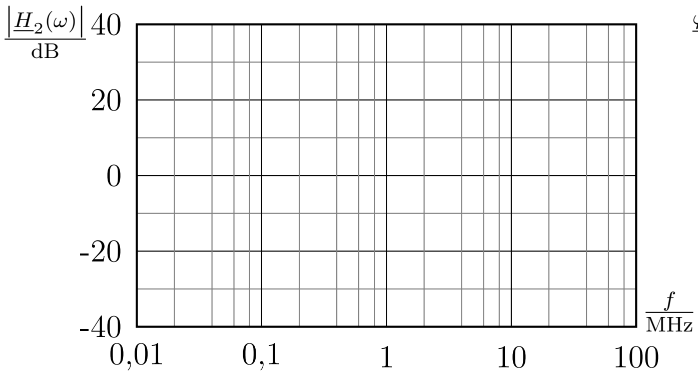

Diagramm 2.1

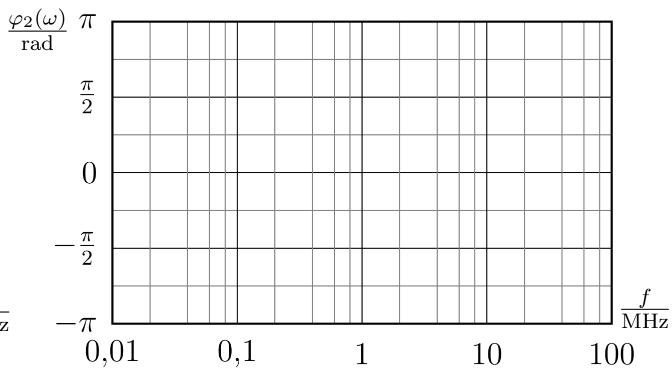

Diagramm 2.2

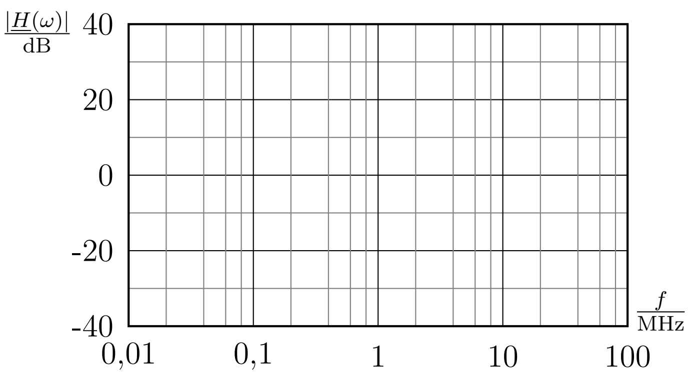

Diagramm 3.1

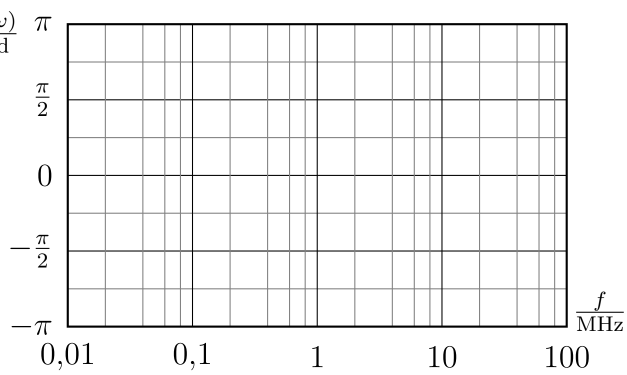

Diagramm 3.2

Lösungblatt zur Aufgabe 3:

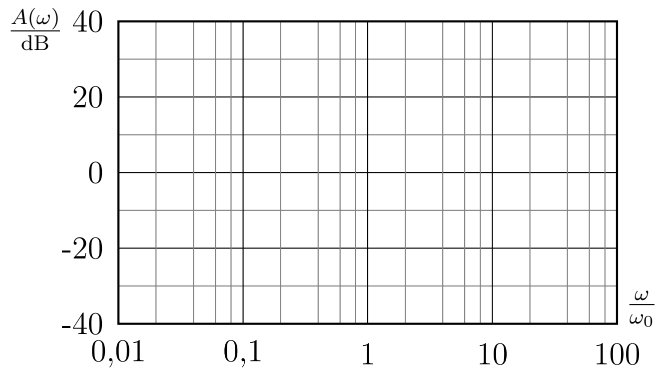

Diagramm 4.1

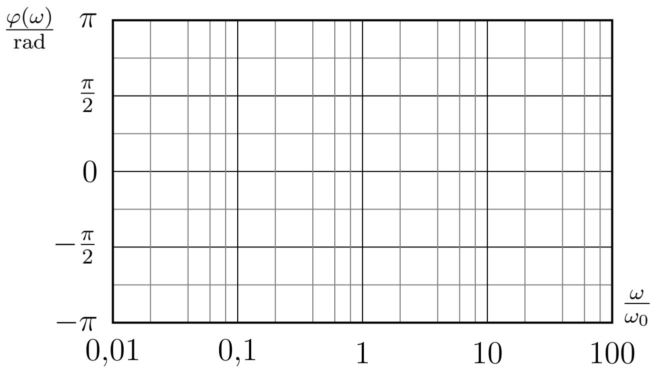

Diagramm 4.2

Aufgabe 1:

a) (Klemmen A und B)

$$\begin{aligned}
U_{LL} &= R_{01} \cdot I_0 &&= 200\Omega \cdot 10\text{mA} \\
&= 2\text{V} = U_0 \\
I_{KS} &= \tfrac{R_{01}}{R_{01}+R_{02}} I_0 &&= \frac{200\Omega}{200\Omega + 1800\Omega} 10\text{mA} \\
&= 1\text{mA} \\
R_{i,0} &= \tfrac{U_{LL}}{I_{KS}} &&= \frac{2\text{V}}{1\text{mA}} = 2\text{k}\Omega
\end{aligned}$$

(Klemmen E und F)

$$\begin{aligned}
U_{LL} &= R_1 \cdot (-I_1) &&= 35\Omega \cdot (-20\text{mA}) \\
&= -0,7\text{V} = U_1 \\
I_{KS} &= -I_1 &&= -20\text{mA} \\
R_{i,1} &= \tfrac{U_{LL}}{I_{KS}} = \tfrac{R_1 \cdot (-I_1)}{-I_1} &&= R_1 = 35\Omega
\end{aligned}$$

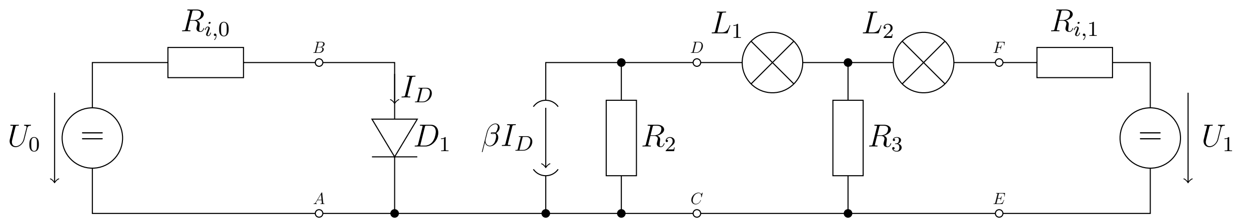

Abbildung 1

b) $I_D = 0,7\text{mA}$ (siehe Schnittpunkt in Diagramm)

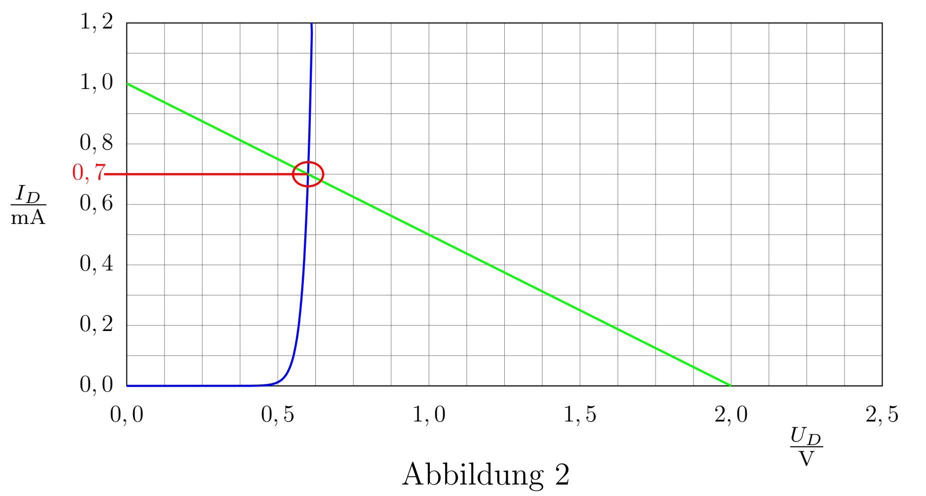

Abbildung 2

c) (Klemmen C und D)

$$\begin{aligned}
U_{LL} &= R_2 \cdot (-\beta I_D) &&= 10\Omega \cdot (-200 \cdot 0,7\text{mA}) \\
&= -1,4\text{V} = U_2 \\
I_{KS} &= -\beta \cdot I_D &&= -200 \cdot 0,7\text{mA} \\
&= -140\text{mA} \\
R_{i,2} &= \tfrac{U_{LL}}{I_{KS}} &&= \frac{R_2 \cdot (-\beta I_D)}{-\beta I_D} \\
&= R_2 = 10\Omega
\end{aligned}$$

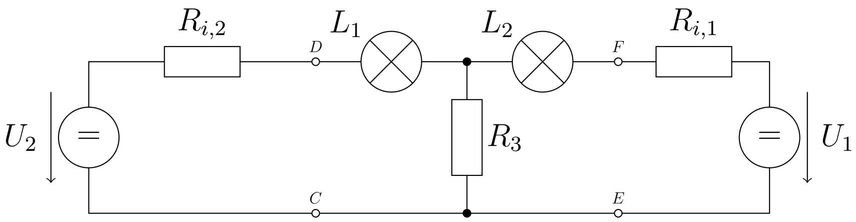

Abbildung 3

d) Zusammenfassen von Serienwiderständen zur Berechnung der Ströme möglich.

$$\begin{aligned}
R_X &= R_{i,2} + R_{L,1} &&= 10\Omega + 40\Omega = 50\Omega \\
R_Y &= R_{i,1} + R_{L,2} &&= 35\Omega + 40\Omega = 75\Omega
\end{aligned}$$

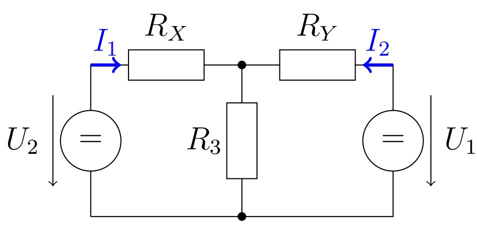

Abbildung 4

Berechnung der Ströme I_1 und I_2 durch Überlagerungssatz nach folgenden zwei Abbildungen:

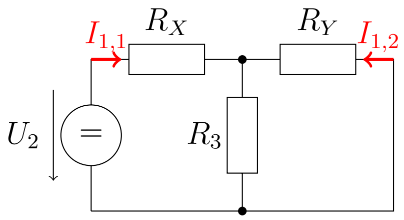

Abbildung 5

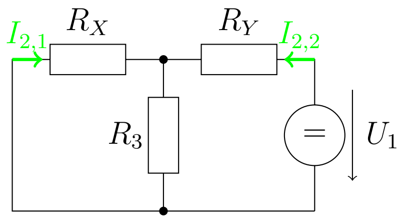

Abbildung 6

$$
\begin{aligned}
I_1 &= I_{1,1} + I_{1,2} \\
I_2 &= I_{2,1} + I_{2,2} \\
I_{1,1} &= \frac{1}{R_X + \frac{R_3 R_Y}{R_3 + R_Y}} U_2 &&= \frac{1}{50\Omega + \frac{50\Omega \cdot 75\Omega}{50\Omega + 75\Omega}} (-1,4\text{V}) = -17,5\text{mA} \\
I_{2,2} &= \frac{1}{R_Y + \frac{R_3 R_X}{R_3 + R_X}} U_1 &&= \frac{1}{75\Omega + \frac{50\Omega \cdot 50\Omega}{50\Omega + 50\Omega}} (-0,7\text{V}) = -7,0\text{mA} \\
I_{1,2} &= -\frac{R_3}{R_3 + R_Y} I_{1,1} &&= -\frac{50\Omega}{50\Omega + 75\Omega} (-23,8\text{mA}) = 7,0\text{mA} \\
I_{2,1} &= -\frac{R_3}{R_3 + R_X} I_{2,2} &&= -\frac{50\Omega}{50\Omega + 50\Omega} (-8,4\text{mA}) = 3,5\text{mA} \\
I_1 &= I_{1,1} + I_{1,2} && (-17,5\text{mA}) + 3,5\text{mA} = -14,0\text{mA} \\
I_2 &= I_{2,1} + I_{2,2} && (-7,0\text{mA}) + 7,0\text{mA} = 0,0\text{mA}
\end{aligned}
$$

Berechnung der Leistungen:

$$
\begin{aligned}
P_{L_1} &= U_{L_1} \cdot I_1 = R_{L_1} \cdot I_1^2 = 40\Omega \cdot (-14,0\text{mA})^2 &&= 7,84\text{mW} \\
P_{L_2} &= U_{L_2} \cdot I_2 = R_{L_2} \cdot I_2^2 = 40\Omega \cdot (0,0\text{mA})^2 &&= 0,00\text{mW}
\end{aligned}
$$

Da die Glühlampe L_2 keine Leistung verbraucht (also aus ist), ist die Lampe L_1 natürlich heller!

Prüfung GET I, 27.07.2009

Musterlösung Aufgabe 2:

a) $\underline{H}_1(\omega) = \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$

$\underline{H}_2(\omega) = \frac{\underline{U}_4(\omega)}{\underline{U}_3(\omega)} = \frac{R}{R + j\omega L}$

b) $|\underline{H}_1(\omega)| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$

$|\underline{H}_2(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$

$\arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \underbrace{\mathrm{sgn}(x)}_{\text{hier } = 1, \text{ da } x = \frac{\omega L}{R} > 0} \cdot \frac{\pi}{2} - \arctan(x)$

$\varphi_1(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \quad \left(= \arctan\left(\frac{R}{\omega L}\right) \right)$

$\varphi_2(\omega) = 0 - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

c) $|\underline{H}_1(\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{\omega_g L}{\sqrt{R^2 + (\omega_{g,1} L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \iff \sqrt{2} \cdot \omega_{g,1} \cdot L = \sqrt{R^2 + (\omega_{g,1} \cdot L)^2}$

$2 \cdot \omega_{g,1}^2 \cdot L^2 = R^2 + \omega_{g,1}^2 \cdot L^2$

$\omega_{g,1}^2 \cdot L^2 = R^2$

$\omega_{g,1}^2 = \frac{R^2}{L^2}$

$\omega_{g,1} = \frac{R}{L} = 2\pi \cdot f_{g,1} \iff f_{g,1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L}$

$|\underline{H}_2(\omega_{g2})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega_{g2} \cdot L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \iff \sqrt{2} \cdot R = \sqrt{R^2 + (\omega_{g2} \cdot L)^2}$

$2 \cdot R^2 = R^2 + (\omega_{g,2} \cdot L)^2$

$R^2 = (\omega_{g,2} \cdot L)^2$

$\omega_{g,2} = \frac{R}{L} = 2\pi \cdot f_{g,2} \iff f_{g,2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L}$

Musterlösung Aufgabe 2 (Fortsetzung)

zu c) $f_{g,1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{220\,k\Omega}{35\,mH} = \underline{\underline{1{,}0 \cdot 10^6\,Hz = 1{,}0\ MHz}}$

$f_{g2} = \underline{\underline{1{,}0 \cdot 10^6\,Hz = 1{,}0\ MHz}}$

d) Filter 1: Hochpass

Filter 2: Tiefpass

e) Multiplikation der Übertragungsfunktionen

→ Beträge können multipliziert werden ≙ Addition der Beträge im Bode-Diagramm

→ Phasen können addiert werden

$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \cdot \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{j\omega RL}{R^2 - \omega^2 L^2 + j\omega 2RL}$

$|\underline{H}(\omega)| = \frac{\omega RL}{\sqrt{(R^2 - \omega^2 L^2)^2 + (\omega 2RL)^2}}$

$|\underline{H}(\omega)|\Big|_{f = 1\,MHz} \underline{\underline{\approx 0{,}5 \approx -6{,}02\,dB}}$

f) $\frac{\underline{U}_4}{\underline{U}_{23}} = \frac{R}{R + j\omega L}$

$$\frac{\underline{U}_{23}}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega L \,\|\, (j\omega L + R)}{[j\omega L \,\|\, (j\omega L + R)] + R} = \frac{\frac{j\omega L(j\omega L + R)}{j\omega L + j\omega L + R}}{\frac{j\omega L(j\omega L + R)}{j\omega L + j\omega L + R} + R} = \frac{\frac{j\omega L(j\omega L + R)}{\cancel{R + 2j\omega L}}}{\frac{j\omega L(j\omega L + R) + R(R + 2j\omega L)}{\cancel{R + 2j\omega L}}}$$

$$= \frac{j\omega L(j\omega L + R)}{j\omega L(j\omega L + R) + R(R + 2j\omega L)} \left(= \frac{-\omega^2 L^2 + j\omega LR}{-\omega^2 L^2 + j\omega LR + R^2 + 2j\omega LR} = \frac{-\omega^2 L^2 + j\omega LR}{R^2 - \omega^2 L^2 + 3j\omega LR} \right)$$

$$\rightarrow \underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_4(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = \frac{\underline{U}_4}{\underline{U}_{23}} \cdot \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{U}_1} = \frac{R}{\cancel{R + j\omega L}} \cdot \frac{j\omega L\cancel{(j\omega L + R)}}{j\omega L(j\omega L + R) + R(R + 2j\omega L)} = \underline{\underline{\frac{j\omega LR}{R^2 - \omega^2 L^2 + 3j\omega LR}}}$$

ALTERNATIV:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_4(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = \frac{\underline{U}_4}{\underline{U}_{23}} \cdot \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + j\omega L} \cdot \frac{-\omega^2 L^2 + j\omega LR}{R^2 - \omega^2 L^2 + 3j\omega LR} = \frac{-\omega^2 L^2 R + j\omega LR^2}{(R + j\omega L)(R^2 - \omega^2 L^2 + 3j\omega LR)}$$

$$= \frac{-\omega^2 L^2 R + j\omega LR^2}{R^3 - \omega^2 L^2 R + 3j\omega LR^2 + j\omega LR^2 - j\omega^3 L^3 - 3\omega^2 L^2 R} = \frac{-\omega^2 L^2 R + j\omega LR^2}{R^3 - 4\omega^2 L^2 R + 4j\omega LR^2 - j\omega^3 L^3}$$

Musterlösung Aufgabe 2 (Fortsetzung)

zu f) $|\underline{H}(\omega)| = \dfrac{\omega L R}{\sqrt{(R^2-\omega^2L^2)^2+(3\omega L R)^2}}$

ALTERNATIV:

$$|\underline{H}(\omega)| = \sqrt{\frac{(\omega^2L^2R)^2+(\omega L R^2)^2}{(R^3-4\omega^2L^2R)^2+(4\omega L R^2-\omega^3L^3)^2}}$$

$$\left|\underline{H}(\omega)\right|\Big|_{f=1MHz} \approx \frac{1}{3} \approx -9{,}54\,dB$$

Fehler: $-6{,}02\,dB + 9{,}54\,dB = \underline{\underline{3{,}52\,dB}}$

g) Nein!

Nur Spulen, keine Kondensatoren → Kein Schwingkreis!

Aufgabe 3:

a)

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 = &\quad R_2\underline{I}_2 = -R_2\underline{I}_1 \quad = -\frac{R_2}{R_1}\underline{U}_1 \\ \underline{H}_1(\omega) = &\quad -\tfrac{R_2}{R_1}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}H_1(\omega) = &\quad |\underline{H}_1(\omega)| = \left|-\tfrac{R_2}{R_1}\right| = \tfrac{R_2}{R_1} \\ \varphi_1(\omega) = &\quad \arctan\left(\frac{0}{-\frac{R_2}{R_1}}\right) + \pi = \pi\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 = &\quad \tfrac{1}{j\omega C_1}\underline{I}_2 = -\tfrac{1}{j\omega C_1}\underline{I}_1 \quad = -\frac{1}{j\omega C_1}\frac{\underline{U}_1}{R_1} = j\frac{1}{\omega R_1 C_1}\underline{U}_1 \\ \underline{H}_2(\omega) = &\quad j\tfrac{1}{\omega R_1 C_1}\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}H_2(\omega) = &\quad |\underline{H}_2(\omega)| = \left|j\tfrac{1}{\omega R_1 C_1}\right| = \tfrac{1}{\omega R_1 C_1} \\ \varphi_2(\omega) = &\quad \arctan\left(\frac{\frac{1}{\omega R_1 C_1}}{0}\right) = \tfrac{\pi}{2}\end{aligned}$$

e)

$$I_2(t) = \quad -I_1(t) \quad = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ -\frac{U_0}{R_1} & t \geq 0 \end{cases}$$

Für $t \geq 0$:

$$\begin{aligned}I_2(t) = &\quad C_1\tfrac{\mathrm{d}U_C(t)}{\mathrm{d}t} \\ -\frac{U_0}{R_1} = &\quad C_1\tfrac{\mathrm{d}U_C(t)}{\mathrm{d}t} \\ -\frac{U_0}{R_1C_1}\mathrm{d}t = &\quad \mathrm{d}U_C(t) \\ \int_0^t\left(-\frac{U_0}{R_1C_1}\right)\mathrm{d}t = &\quad \textstyle\int_0^t \mathrm{d}U_C(t) \\ -\frac{U_0}{R_1C_1}t = &\quad U_C(t) - U_C(0) \quad | \; U_C(0) = 0 \\ U_C(t) = &\quad -\tfrac{U_0}{R_1C_1}t\end{aligned}$$

f) $\tau = R_1 C_1$

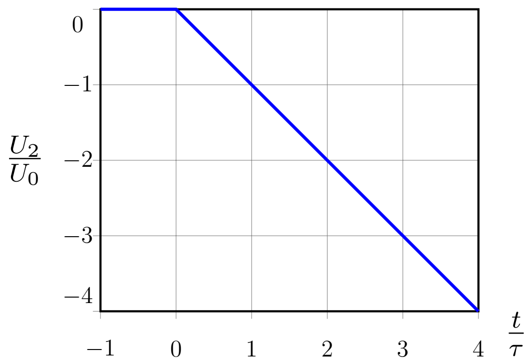

Abbildung 7

g)

$$\underline{U}_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C1}} \underline{I}_2 = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C_1} \underline{I}_2 = -\frac{R_2}{1+j\omega R_2 C_1} \underline{I}_1 = -\frac{R_2}{1+j\omega R_2 C_1} \frac{\underline{U}_1}{R_1}$$

$$\underline{H}_3(\omega) = -\frac{R_2}{R_1 + j\omega R_1 R_2 C_1}$$

h)

$$H_3(\omega) = |\underline{H}_3(\omega)| = \left| -\frac{R_2}{R_1+j\omega R_1 R_2 C_1} \right| = \frac{|-R_2|}{|R_1 + j\omega R_1 R_2 C_1|}$$

$$= \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + (\omega R_1 R_2 C_1)^2}} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_2 C_1)^2}}$$

$$\varphi_3(\omega) = \arctan\left(\frac{0}{-R_2}\right) + \pi - \arctan\left(\frac{\omega R_1 R_2 C_1}{R_1}\right) = \pi - \arctan(\omega R_2 C_1)$$

i) Berechnung nur für $t \geq 0$ notwendig:

$$U_2(t) = U_C(t)$$

$$I_2(t) = -I_1(t) = -\frac{U_0}{R_1} = I_{2,R} + I_{2,C} = \frac{U_C(t)}{R_2} + C_1 \frac{\mathrm{d}U_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$-\frac{R_2}{R_1} U_0 = U_C(t) + R_2 C_1 \frac{\mathrm{d}U_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

Schritt 1 (homogene Lösung): $U_C(t) = Ae^{pt}$

$$0 = Ae^{pt}(1 + pR_2C_1)$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{R_2 C_1}$$

Schritt 2 (partikuläre Lösung): $U_C(t \to \infty) = -\frac{R_2}{R_1} U_0$

Schritt 3 (homogene + partikuläre Lösung): $U_C(t) = Ae^{-\frac{1}{R_2C_1}t} - \frac{R_2}{R_1}U_0$

Schritt 4 (Anfangsbedingung): $U_C(t=0) = 0$

$$0 = Ae^{-\frac{1}{R_2C_1}\cdot 0} - \frac{R_2}{R_1}U_0$$
$$0 = A - \frac{R_2}{R_1}U_0 \Rightarrow A = \frac{R_2}{R_1}U_0$$

Lösung: $U_C(t) = \frac{R_2}{R_1}U_0\left(e^{-\frac{1}{R_2C_1}t} - 1\right)$

j) $\tau = R_2C_1$

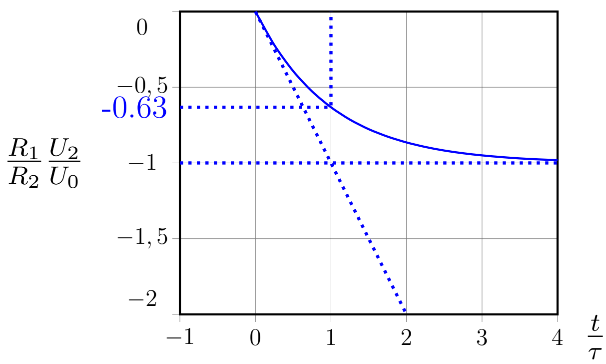

Abbildung 8

k)

$$\begin{aligned}
A_2(\omega) &= 20\text{dB}\log\left(\frac{1}{\omega R_1C_1}\right) = 20\text{dB}\log(1) - 20\text{dB}\log(\omega R_1C_1) \\
&= -20\text{dB}\log(\omega R_1C_1) \\
A_3(\omega) &= 20\text{dB}\log\left(\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_2C_1)^2}}\right) \\
&= 20\text{dB}\log(\frac{R_2}{R_1}) + 20\text{dB}\log(1) - 20\text{dB}\log(\sqrt{1+(\omega R_2C_1)^2}) \\
&= 20\text{dB} - 10\text{dB}\log(1+(\omega R_2C_1)^2)
\end{aligned}$$

l)

$$A_2(\omega) = -20\text{dB}\log(\frac{\omega}{10\omega_0})$$
$$A_3(\omega) = 20\text{dB} - 10\text{dB}\log(1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2})$$

$\frac{\omega}{\omega_0}$	0,01	0,1	1	10	100
$A_2(\omega)$ [dB]	60	40	20	0	-20
$\varphi_2(\omega)$ [rad]	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
$A_3(\omega)$ [dB]	20	20	17	0	-20
$\varphi_3(\omega)$ [rad]	π	$0,97\pi$	$0,75\pi$	$0,53\pi$	$0,5\pi$

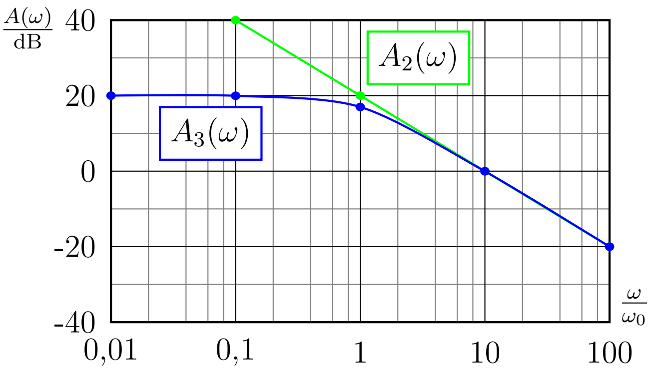

Diagramm 4.1

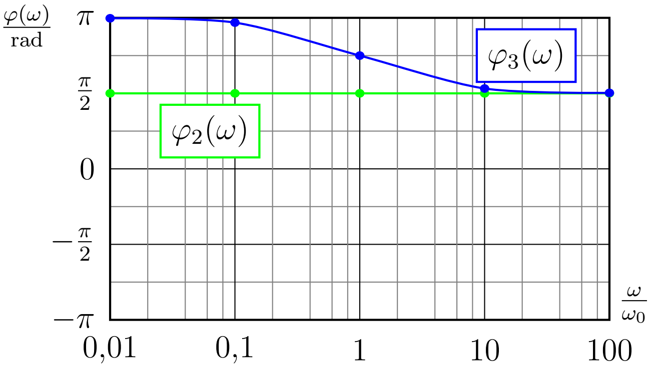

Diagramm 4.2