



ulm university universität
uulm



Teil 4: Equity | Ausgleich

Prof. Dr. Dr. F. J. Radermacher | 01.12.2014 |
Datenbanken/Künstliche Intelligenz

franz-josef.radermacher@uni-ulm.de

Armut

Empirie:

- **Ca. 1 Mrd. Menschen haben Einkommen $<$ \$1 pro Tag (Tendenz leicht abnehmend).**
- **Ca. 2 Mrd. Menschen haben ein Einkommen $>$ \$ 1 pro Tag und $<$ \$2 pro Tag.**
- **Das Einkommen dieser 3 Mrd. Menschen ist etwa so groß wie das der 350 einkommensstärksten („reichsten“).**

Armut – flächentreue Darstellung

Halve, between 1990 and 2015, the proportion of people whose income is less than \$1 a day
If current projections of economic growth are met, global poverty will fall to 10 percent by 2015.



Quelle: World Bank eAtlas of Millennium Development Goals, www.app.collinsindicate.com

Armut – parametrische Darstellung

Countries have been resized based on the estimated population living on less than \$1 a day in 2002



Quelle: World Bank eAtlas of Millennium Development Goals, www.app.collinsindicate.com

Armut ist relativ!

EU Verständnis:

Zunächst: Ermittlung des Medianes der Einkommen eines Land

Person ist armutsgefährdet, wenn ihr Einkommen weniger als 60% des Medians beträgt.

Quelle: Statistisches Bundesamt, www.destatis.de

Armut ist relativ!

Das Einkommen jeder Person sollte:

mind. 50% des
durchschnittlichen Einkommens
aller höheren Einkommen („aller reicheren“)
des Landes betragen.



Wie groß ist der Anteil tatsächlich? D.h. welcher Wert statt 50% liegt vor?

Verteilung von Einkommen - Lorenzkurve

$$F(x) = \frac{\text{kumulatives Einkommen der } 100 * x \% \text{ ärmsten}}{\text{Gesamteinkommen}}$$

$$x = 0 \dots 1$$

Vorgehen zur Vergleichbarkeit von unterschiedlichen Stichproben(-größen):

- **2* normieren**
- **1 * sortieren**

Lorenzkurve ist Analogon zur Verteilungsfunktion einer Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Max Lorenz: statistischer Ökonom, University of Madison, Wisconsin.

Lorenzkurve - Beispiel

Einkommen (y_1, \dots, y_n) : $y_1 = 15, y_2 = 12, y_3 = 20, y_4 = 10$

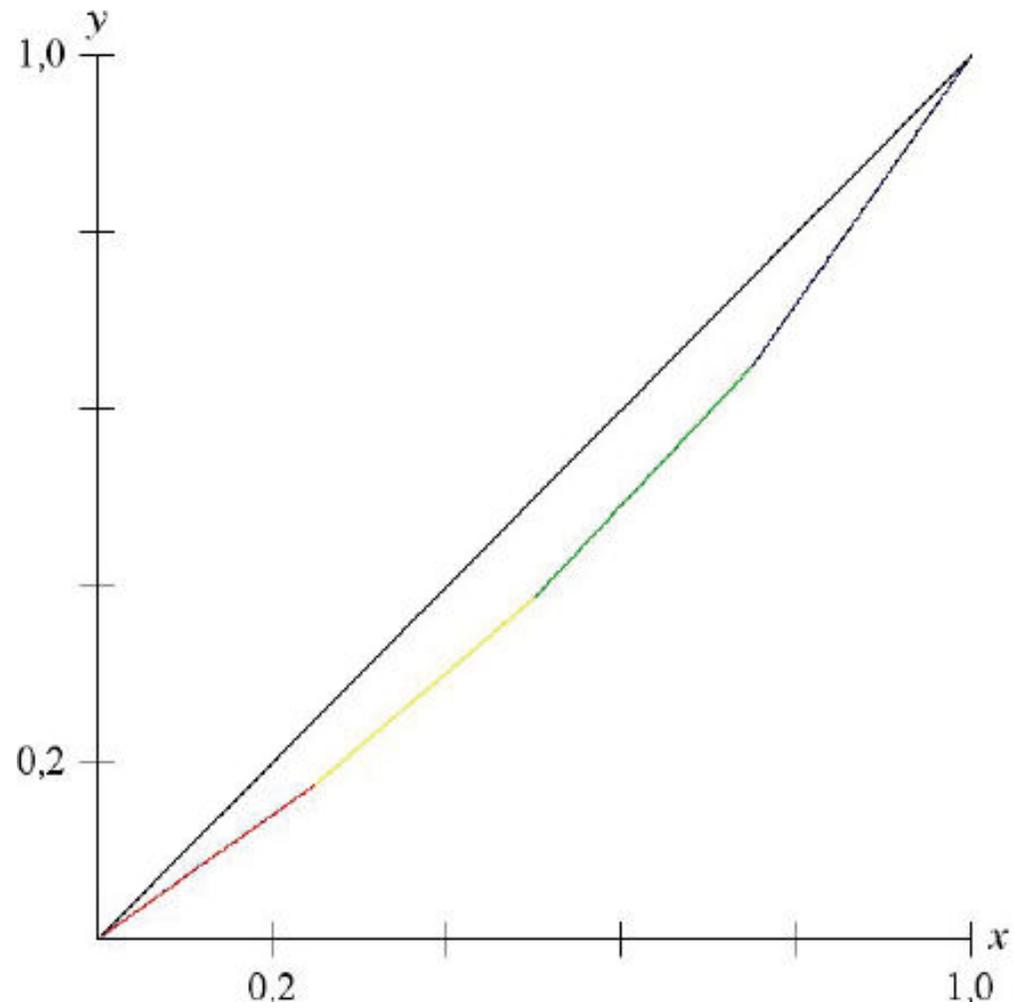
1. Sortieren $(Y_{(1)}, \dots, Y_{(n)})$: $y_{(1)} = 10, y_{(2)} = 12, y_{(3)} = 15, y_{(4)} = 20$

2. Normieren: $y = 10 + 12 + 15 + 20 = 57$

3. Kumulative Bevölkerung: $x_1 = 0.25, x_2 = 0.50, x_3 = 0.75, x_4 = 1.0$

4. Kumulatives Einkommen: $F(x_1) = 10/57 = 0.175$
 $F(x_2) = (10 + 12)/57 = 0.3859$
 $F(x_3) = (10 + 12 + 15)/57 = 0.6491$
 $F(x_4) = 57/57 = 1$

Lorenzkurve - Beispiel



Lorenzkurve - allgemeine Eigenschaften

- $F(0) = 0$
- $F(1) = 1$
- **F monoton steigend und konvex** (nach unten gekrümmt)
 **stetig (keine Sprünge).**

Lorenzkurven - Äquivalenzeinkommen

- **Praktische Berechnung von Lorenzkurven:**

Einzelpersonen \longrightarrow private Haushalte (ansonsten viele kleine Einkommen oder Null-Einkommen).

Haushaltseinkommen \longrightarrow Äquivalenzeinkommen.

- **OECD Wurzelverfahren**

1 Person 1.0, 2 Personen 1.41, 3 Personen 1.73,
4 Personen 2.00, 5 Personen 2.24, etc.

Bsp.

Nettoeinkommen von 40 000 € in 3 Personen Haushalt
wird rechnerisch zu $40\,000\text{ €} * 1.73 = 69\,200\text{ €}$

Lorenzkurven - Äquivalenzeinkommen

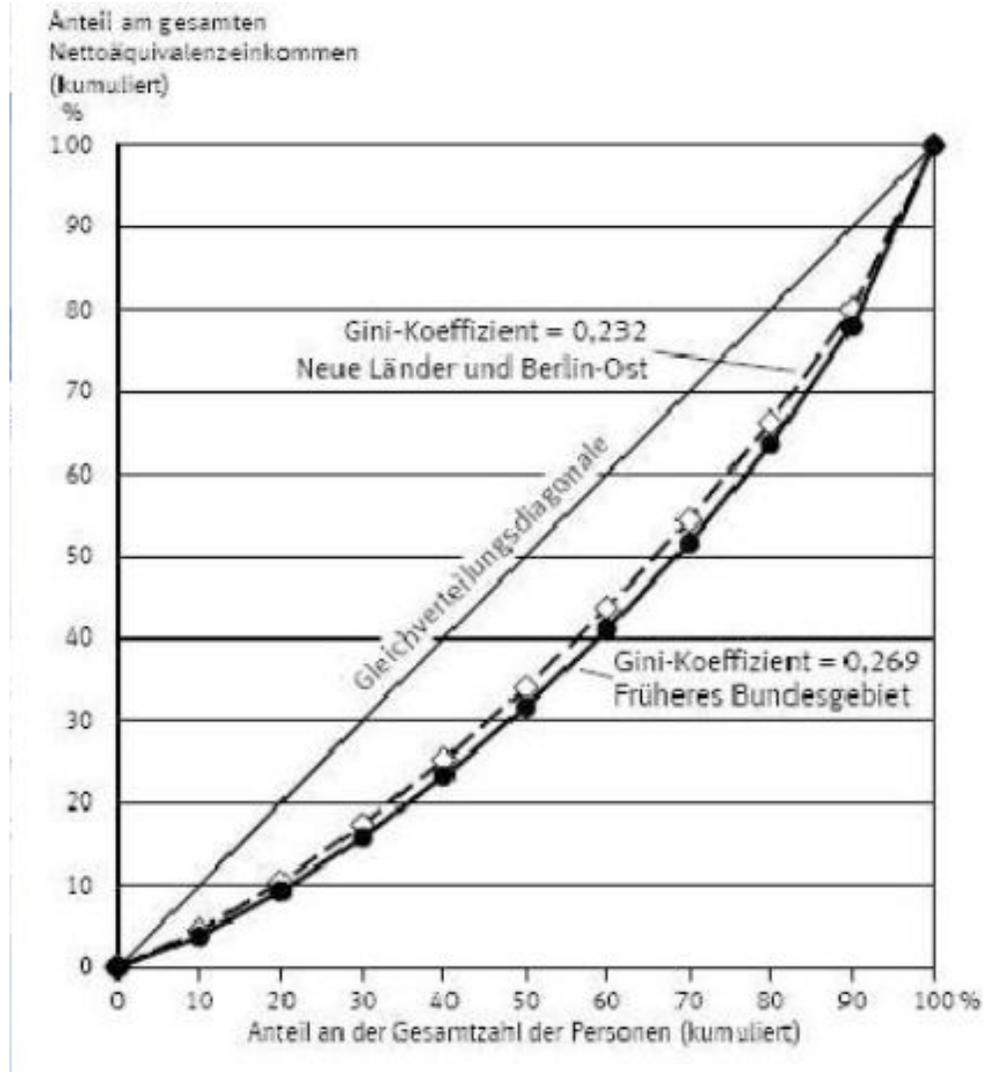
OECD Äquivalenzzifferverfahren:

- Erste Person in Haushalt 1.0
- Jede Person über 15 Jahre 0.5
- Jede Person bis 15 Jahre 0.3



Bei der Lorenzkurven wird typischerweise mehr als die Lohnsumme “verteilt”.

Lorenzkurven - Deutschland (Ost vs. West)



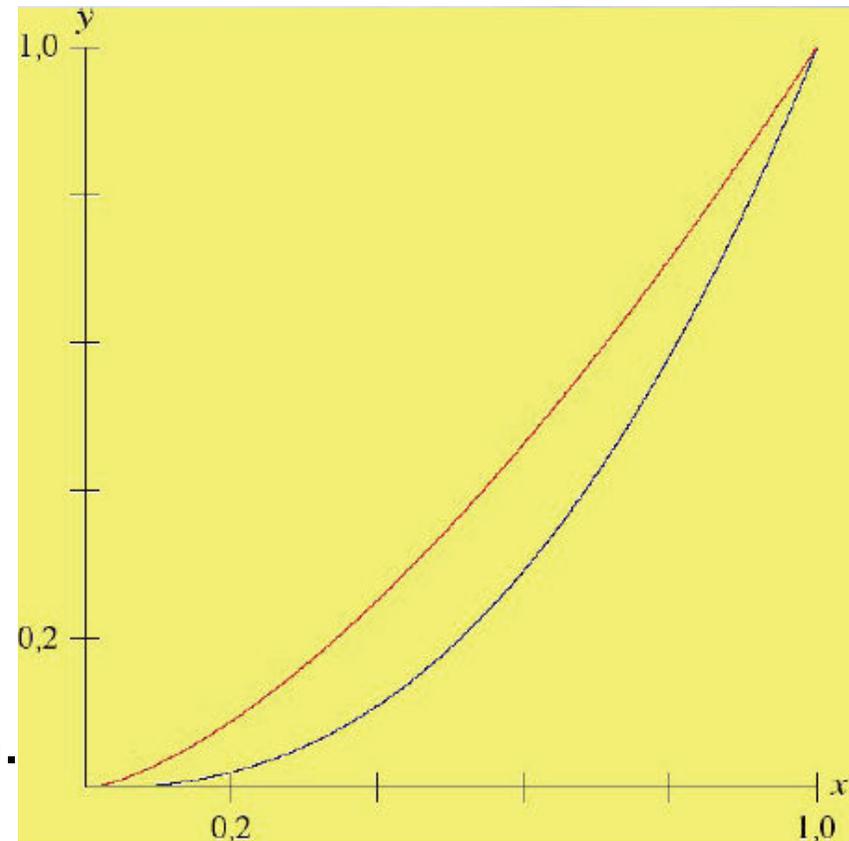
Lorenzkurven – Dominanz

$F(x) \leq G(x)$ für alle $0 \leq x \leq 1$

$\Leftrightarrow F \succeq_L G$

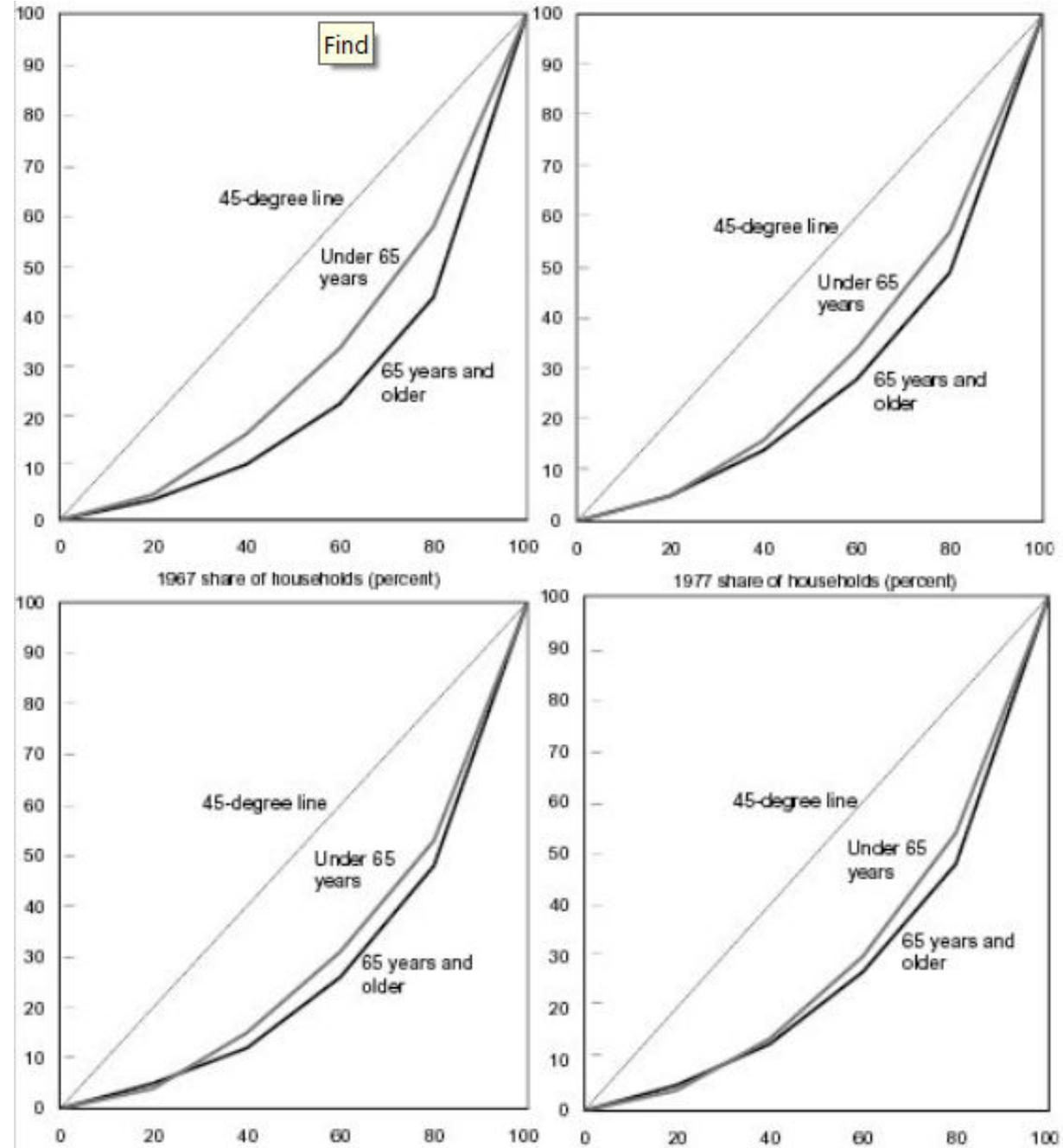
\Leftrightarrow Lorenzkurve F (blau) dominiert
Lorenzkurve G (rot)

(\Leftrightarrow Ungleichheit bei F grösser als bei G).



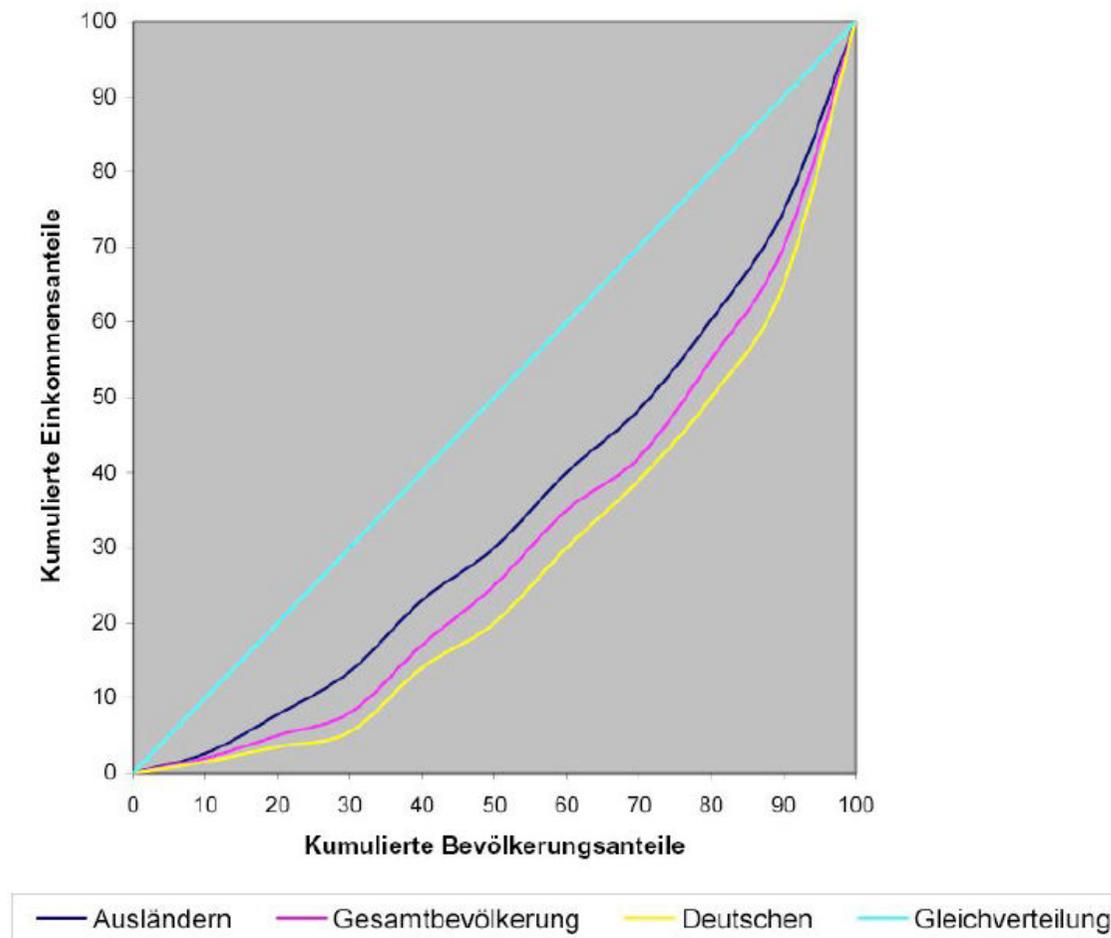
\succeq_L nur „Halbordnung“: zwei sich schneidende Lorenzkurven sind unvergleichbar.

Lorenzkurven - (fehlende) Dominanz

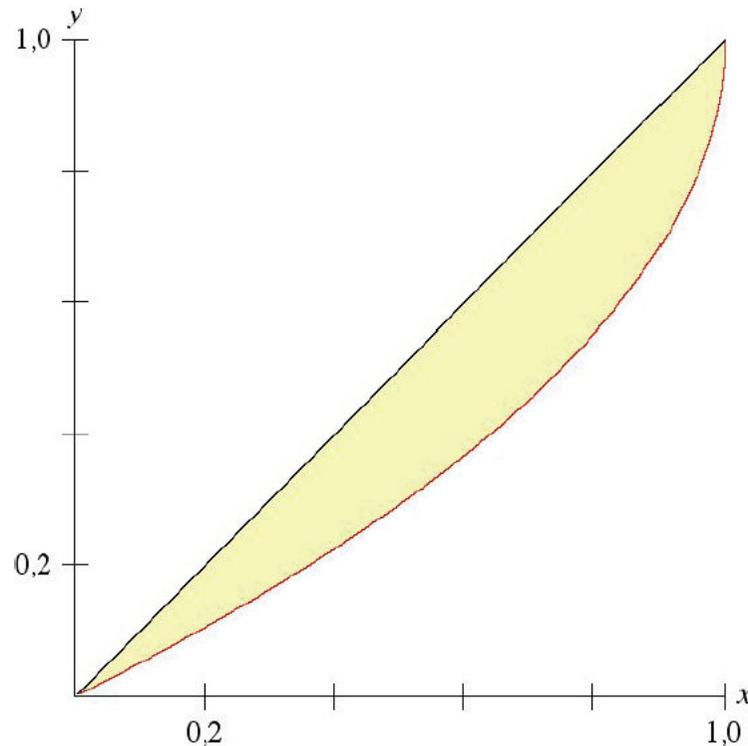


Lorenzkurven - gemäß Segregation

Segregation nach Alter, Stadt vs. Land, ethnischer Abstammung, etc.



Lorenzkurven - Gini-Index

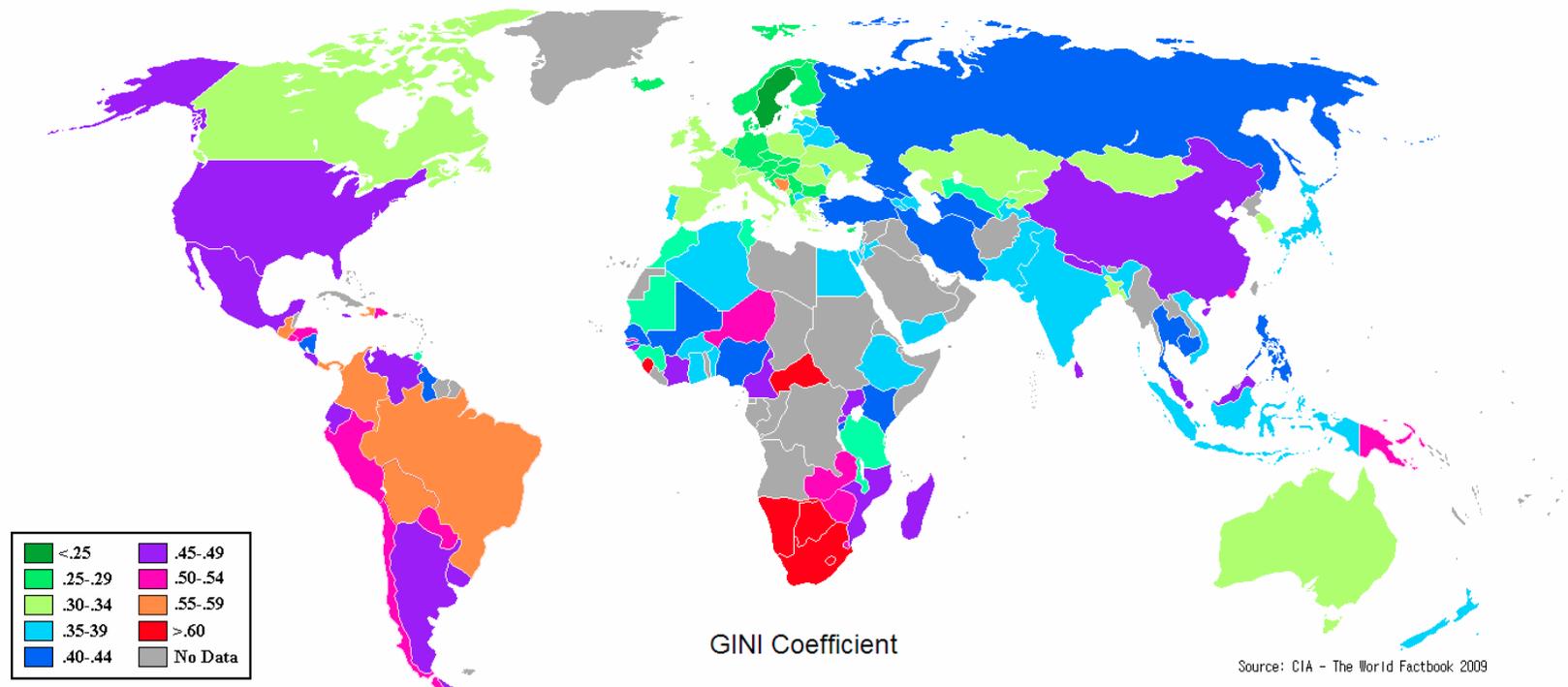


$$G = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^n i x_{(i)}}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

Maß für Abweichung von Gleichverteilung:

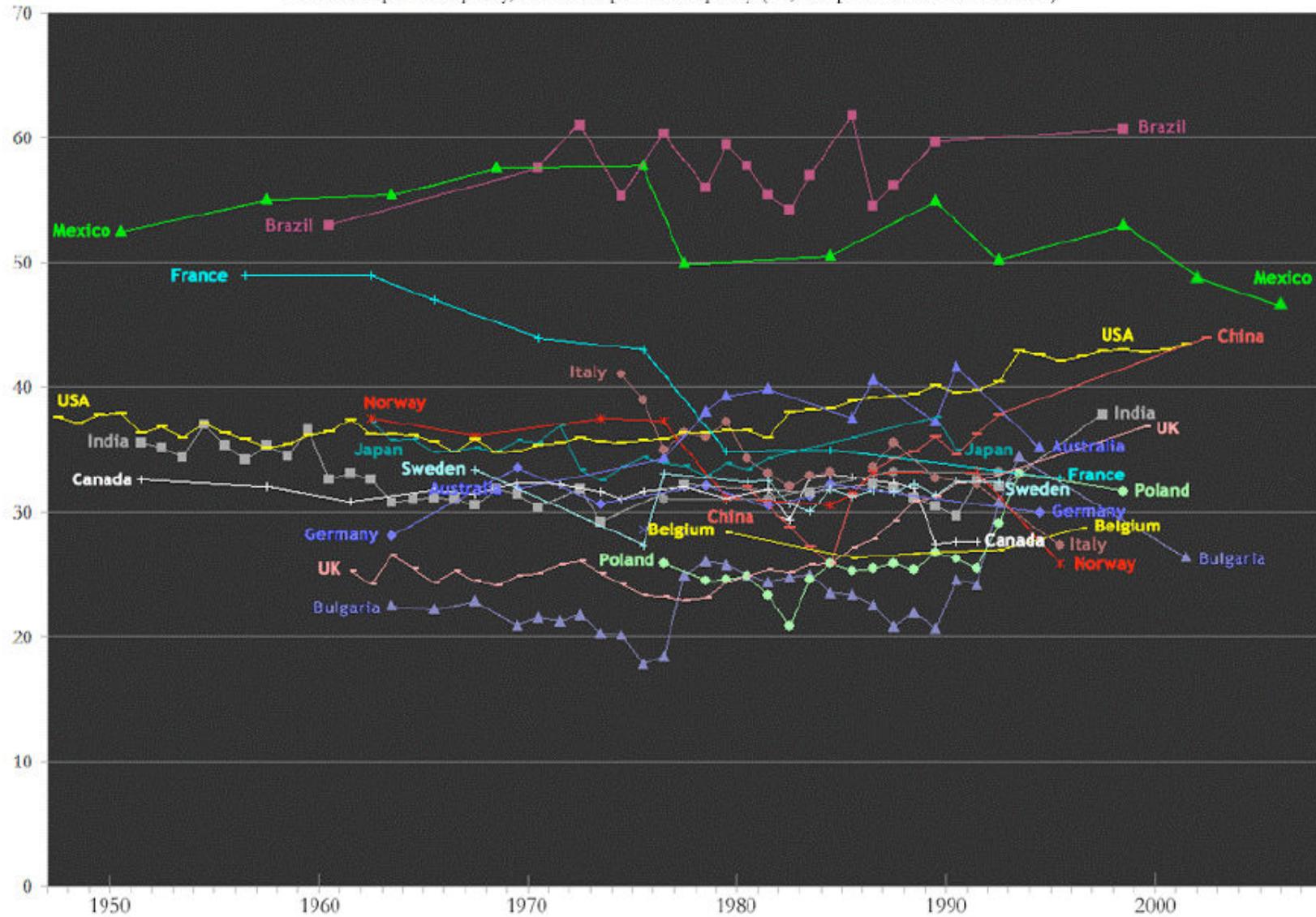
Gini-Index = 2 * Integral über **markierten Bereich**

Gini Indizes



Income Disparity since World War II – the Gini Index

where 0 is perfect equality, and 100 is perfect inequality (i.e., one person has all the income)



Lorenzkurven - individuelle Einkommen

- Einkommen eines einzelnen an der Position x ist (proportional zu) $F'(x)$.
- Einkommen eines einzelnen an der Position x ist 50% des Durchschnitts aller größeren Einkommen

$$F'(x) = 0.5 * \frac{1 - F(x)}{1 - x}$$

Anteil kann von 50% abweichen

$$F'(x) = \varepsilon * \frac{1 - F(x)}{1 - x}$$

1-parametrische Lorenzkurven

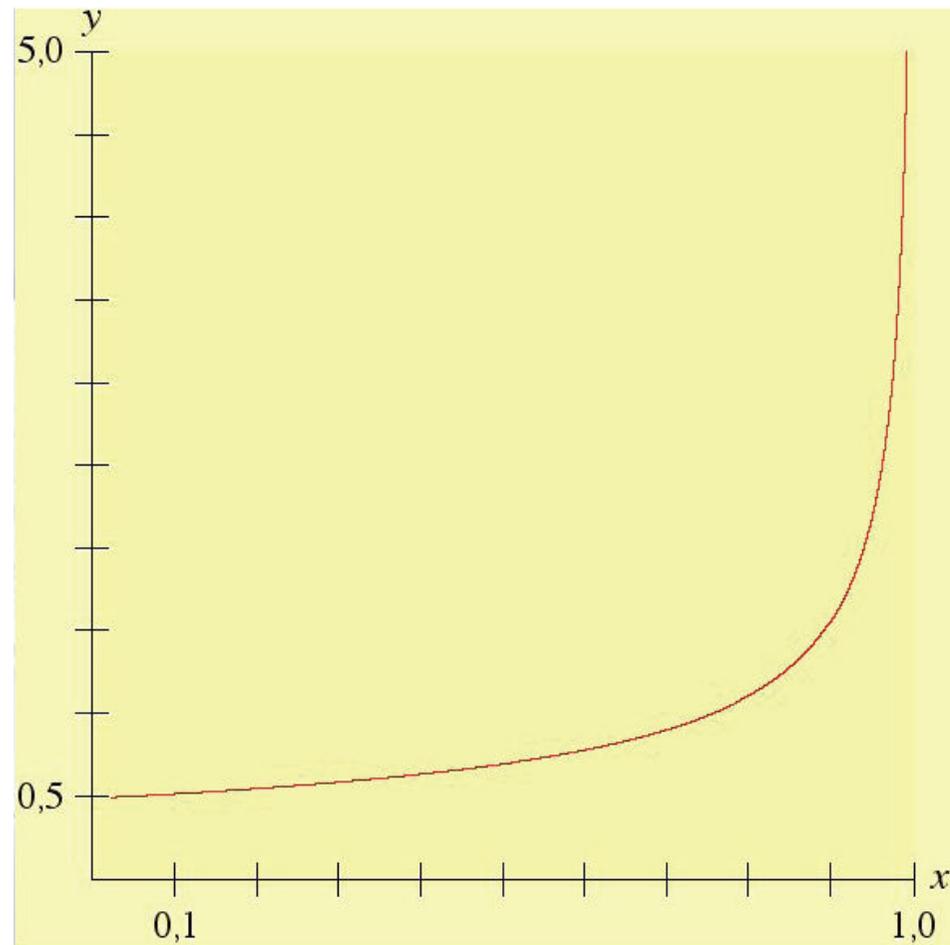
Vorangegangene lineare, inhomogene Differentialgleichung hat die Lösung:

$$F_{\varepsilon}(x) = 1 - (1 - x)^{\varepsilon}$$

- Equityparameter variiert zwischen 0 und 1.
- Je grösser der Equityparameter, desto ausgeglichener ist die Einkommensverteilung.

1-parametrische Lorenzkurven

„Dichte“ (Ableitung $F'(x)$)



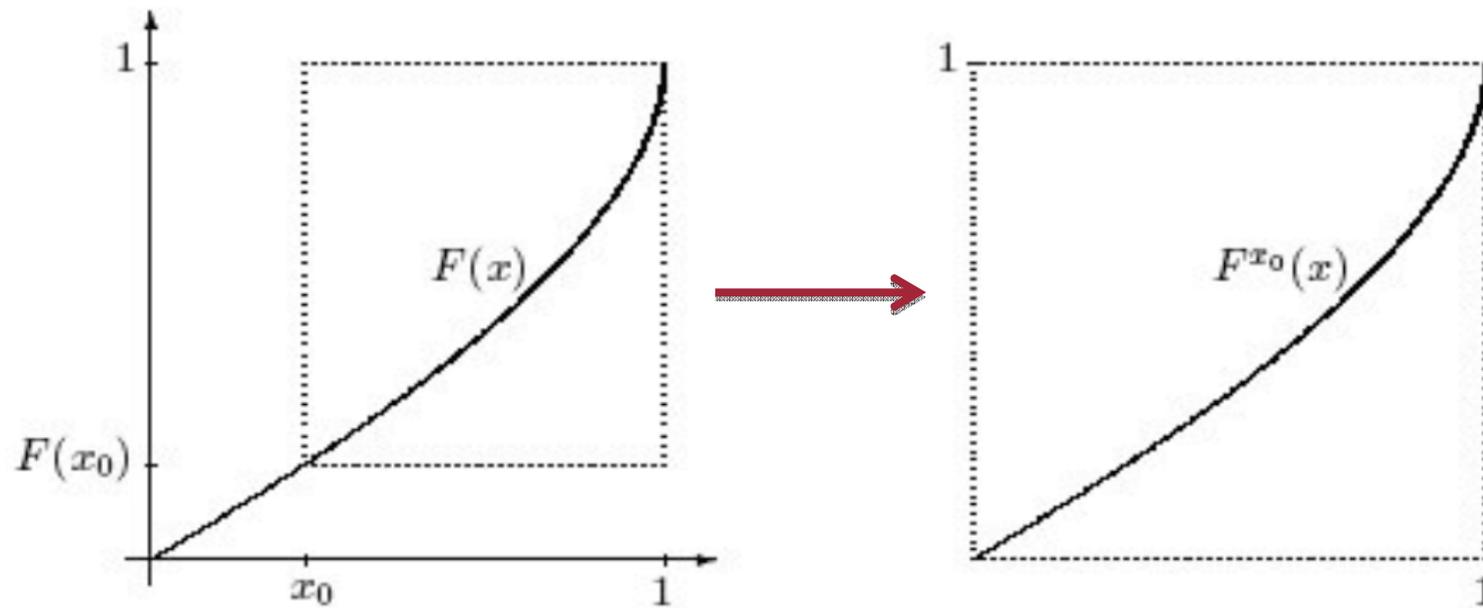
Lorenzkurven - Selbstähnlich

- Wenn ein Einzeleinkommen mit allen größeren Einzeleinkommen in Beziehung gesetzt wird, kann man alle kleineren Einzeleinkommen abschneiden.
(Einzelner wird Ärmster).
- Eine Einkommensverteilung wird selbstähnlich genannt, wenn:
die Lorenzkurve aller einkommensstärkeren
identisch der ursprünglichen (gesamten) Lorenzkurve ist.



“Obere Universen = Gesamtuniversum”.

Lorenzkurven - Selbstähnlich



Selbstähnlichkeit: $F^{x_0}(x) = F(x)$

für alle Argumente $0 \leq x \leq 1$, alle Segmente $[x_0, 1]$.

Lorenzkurven - Selbstähnlich

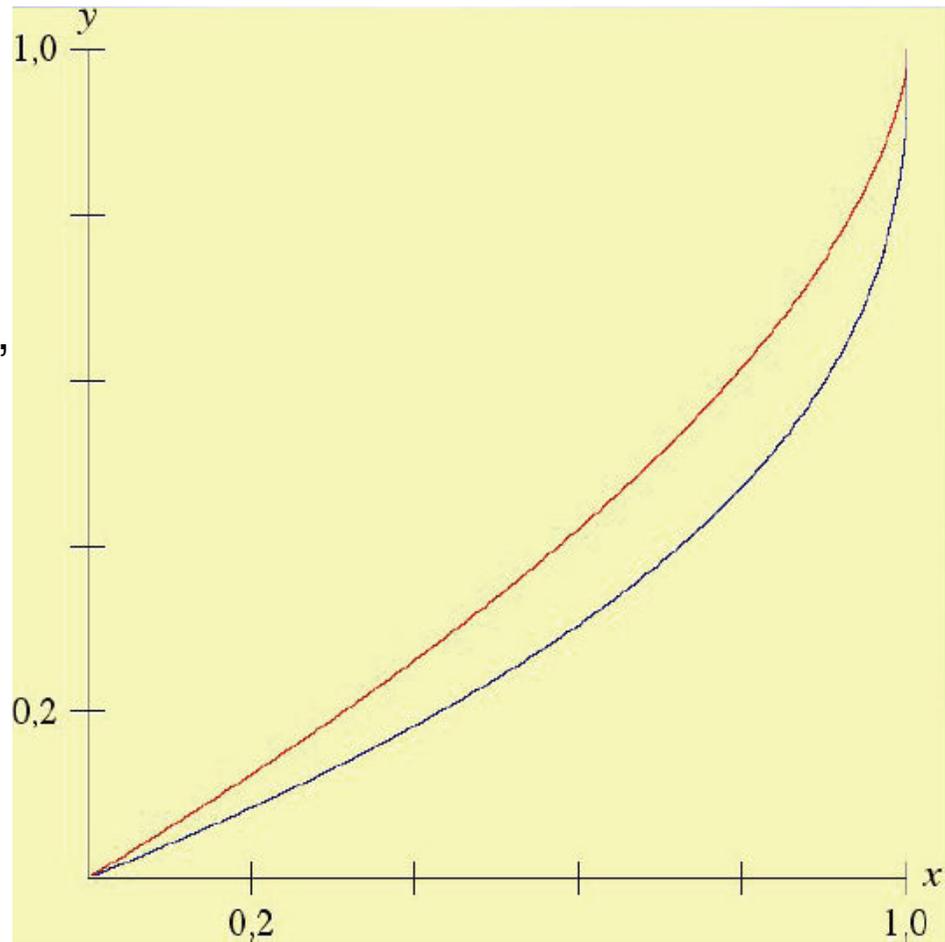
Alle selbstähnlichen Lorenzkurven (die differenzierbar sind und in 0 stetig differenzierbar) **sind vom Typ:**

$$F_{\varepsilon}(x) = 1 - (1 - x)^{\varepsilon}$$

Equityparameter und Lorenzdominanz

Lorenzkurve zu kleinerem
Equityparameter (0,4) dominiert,

Lorenzkurve zu größerem
Equityparameter (0.6):



Bestimmung Equityparameter

Gewöhnliche Kleinste Quadrat Regression
(ordinary least squares OLS regression)

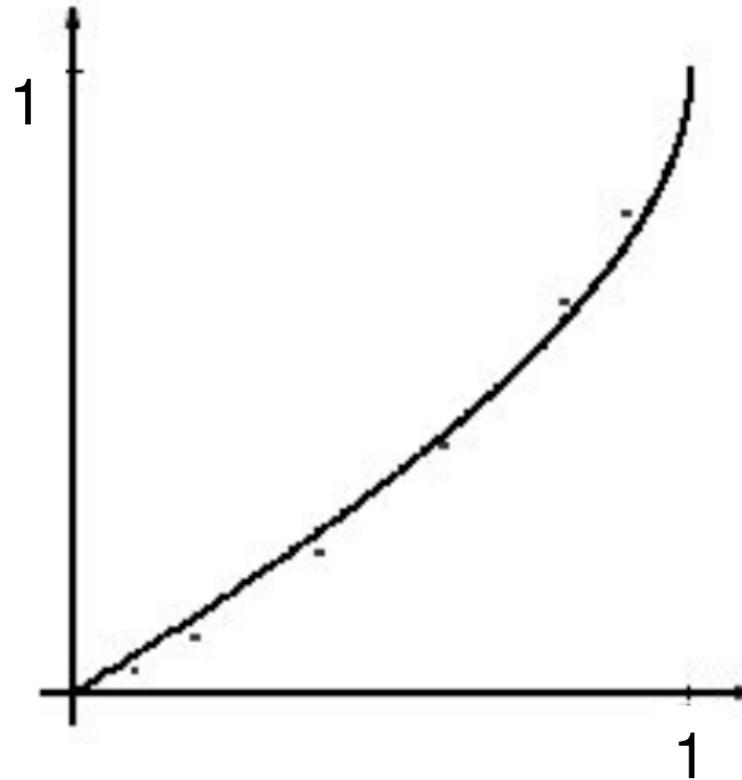
$$\min_{0 < \varepsilon < 1} \sum_{i=1}^n (F_{\varepsilon}(x_i) - y_i)^2$$

Regressionsdaten ohne Kaufkraftkorrektur.

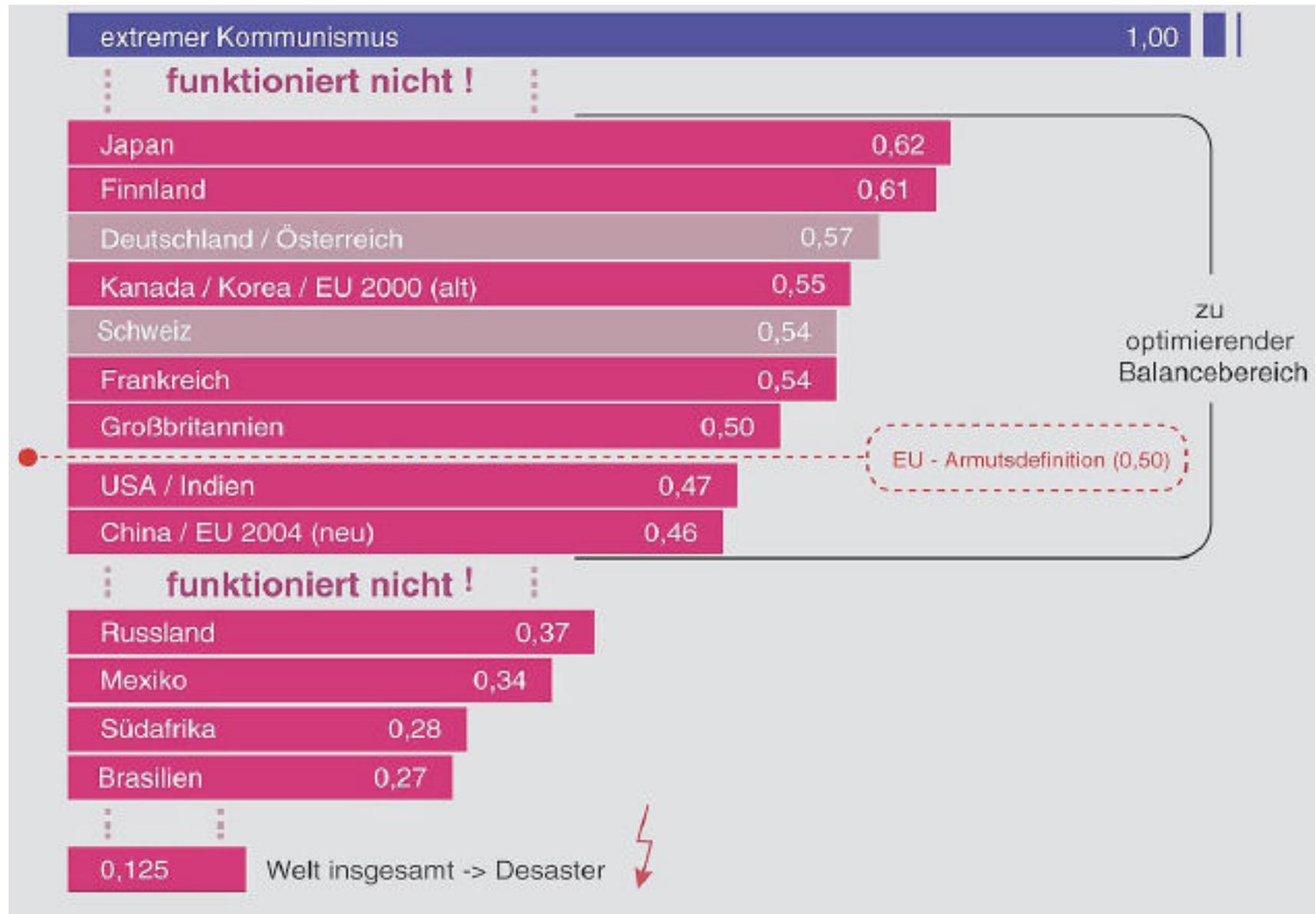
Quelle:

World Development Report, Weltbank, Washington.

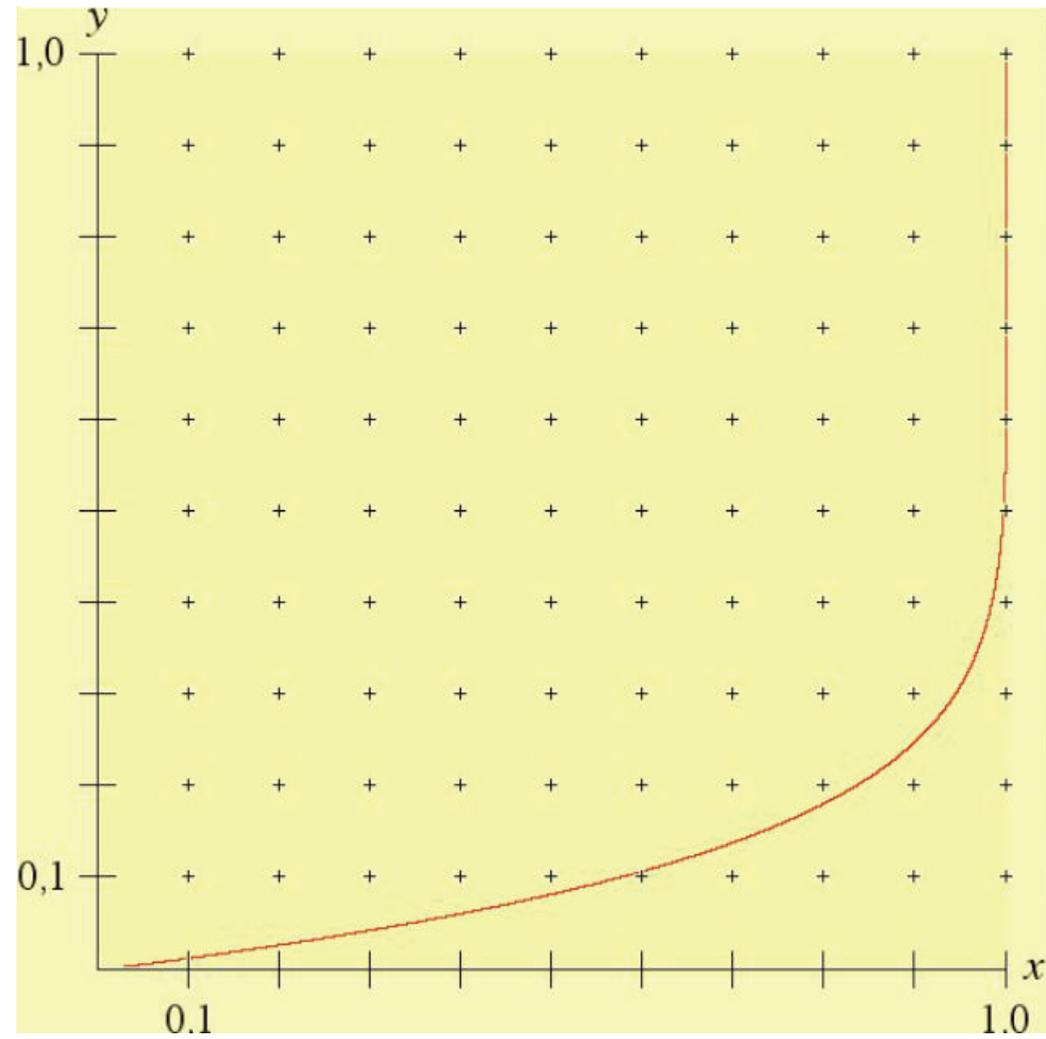
Regression



Equityparameter für optimale Passung 0.57



Weltlorenzkurve



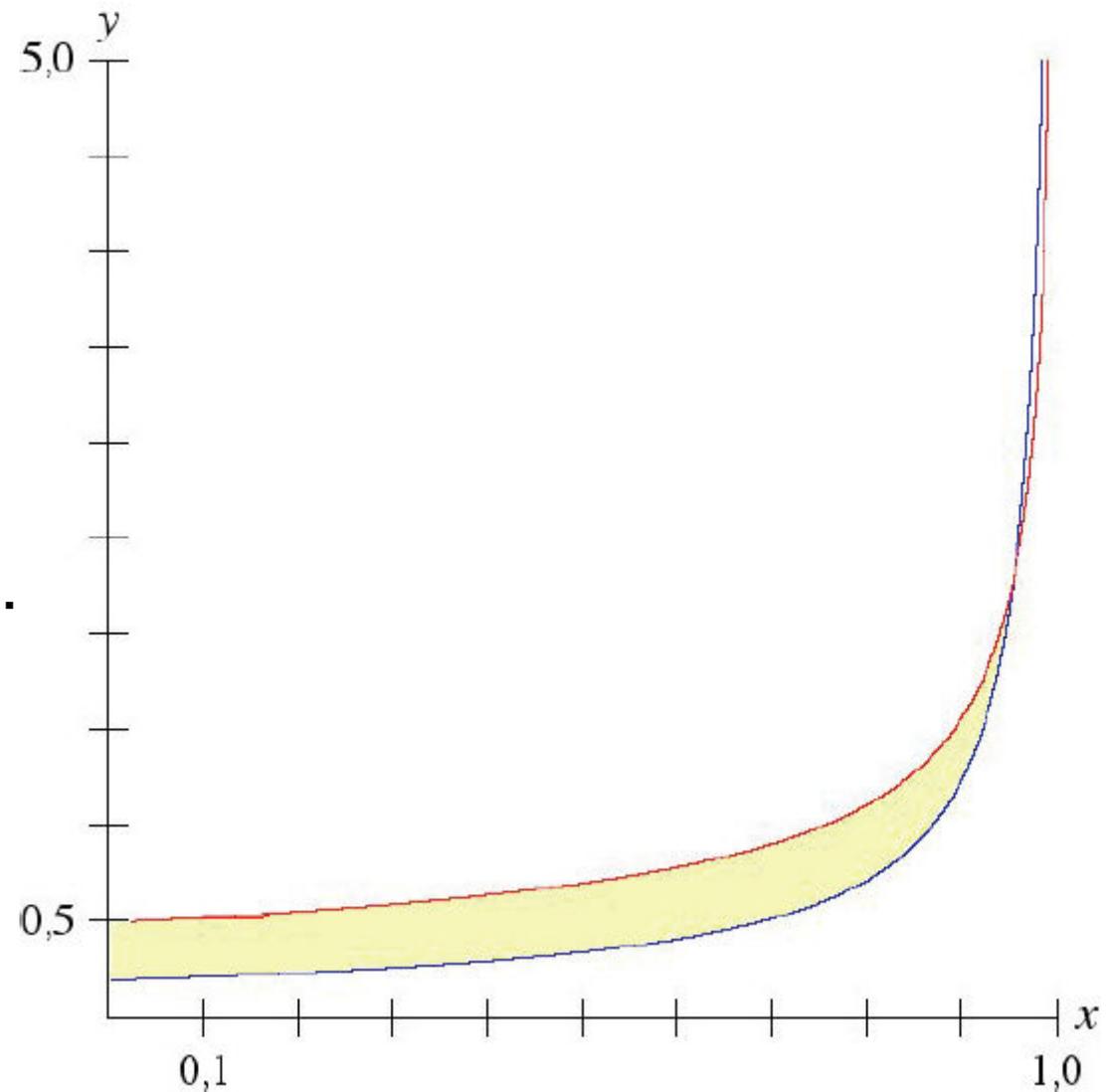
Umverteilung

Umverteilung:

- Übergang von einem Equityparameter zu einem anderen
- Umverteilung gemäß Pigou-Dalton Prinzip, d.h. von reich nach arm.

Beispiel:

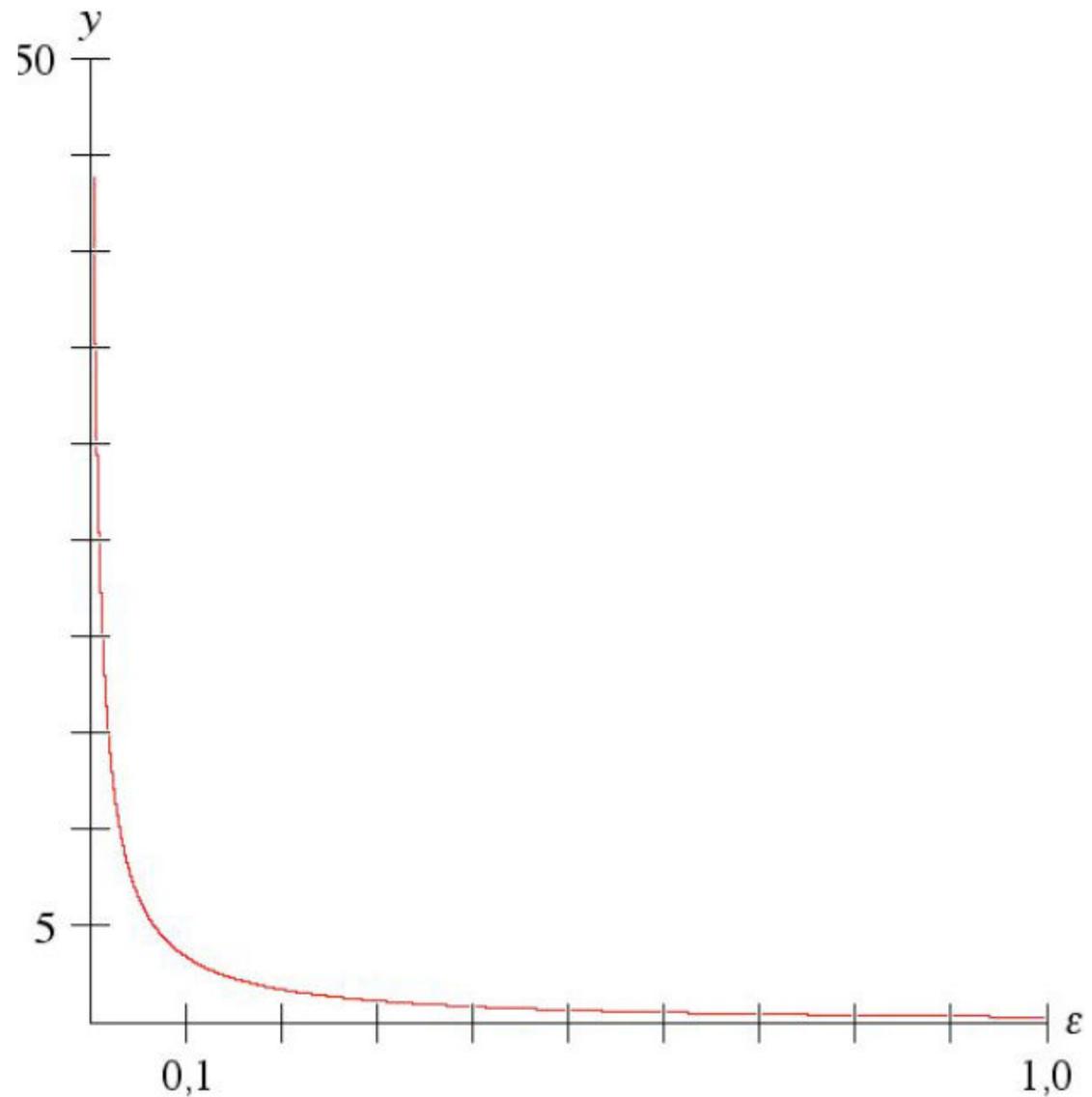
- Equityparameter: 0.2
- Equityparameter: 0.5



„Abnehmende Grenzumverteilung“

Beispiel:

0.50 --> 0.51
entspricht 0.73%
Umverteilung.



Brasilianisierung

Begriff und These von Ulrich Beck, Soziologe, LMU:

→ Veränderung in Europa hin zu mehr sozialer Ungleichheit.

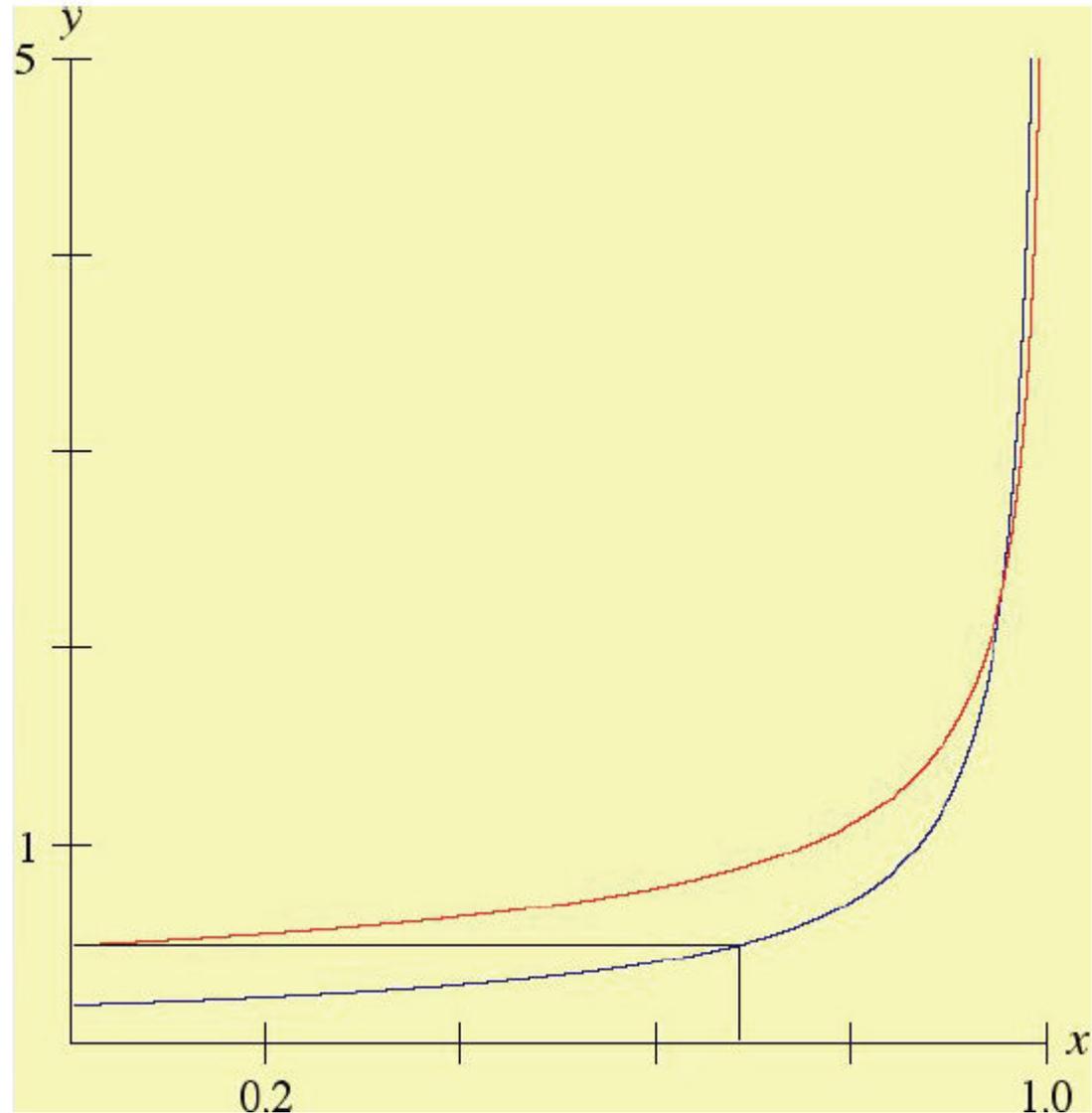
→ Was besagt der Equitykalkül dazu?

Brasilianisierung

Sind für zwei
Gesellschaften:

- relative Größe,
- Verhältnis der Durchschnittseinkommen und
- Equityparameter

bekannt, so kann deren Durchmischung (gemeinsamer Equityparameter) näherungsweise bestimmt werden. („Zahnräder“)



Brasilianisierung - Entmischung oder Entfaltung

„Entmischung“ oder „Entfaltung“ (Durchmischung rückwärts):

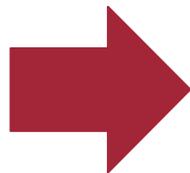
Wenn eine Lorenzkurve vorliegt (z.B. für Welt) und eine *Durchmischung* aus zwei Gesellschaften (arm und reich) unterstellt wird, was ist dann die *beste Aufteilung*?

$$\min_{0 \leq \varepsilon_1, \varepsilon_2, m, b \leq 1} \sum_{i=1}^n (F_{\varepsilon_1, \varepsilon_2, m, b}(x_i) - y_i)^2$$

Brasilianisierung

Größenanteile

	„arm“	„reich“
Deutschland	0.30	0.70
Brasilien	0.56	0.44
Südafrika	0.82	0.18
Welt	0.82	0.18



Fazit: rein datengetriebene Analyse weltweiter Einkommensverteilung deutet eher auf „Südafrikanisierung“.

Gerechtigkeit

Was ist ein richtiger / gerechter / sinnvoller Ausgleich?

John Rawls:

- Chancengleichheit unabhängig von Ausgangszustand
- Differenzprinzip: „... *gesellschaftliche Ungleichheiten nur gerechtfertigt, wenn sie auch dem am schlechtesten Gestellten noch zum Vorteil gereichen.*“



pragmatisch? demokratisch?

„Optimaler“ Ausgleich?

Optimale Ungleichheit unbekannt!

Möglichkeit: Orientierung an Mittelstand  Definition?

Vorstellung: Maximierung des kumulativen Einkommen des Mittelstands

Idee: Mittelstand erstreckt sich über alle Einkommen vom 2- bis 5-fachen (o.ä.) des niedrigsten Einkommens.

Optimaler Ausgleich für Mittelstand

Optimaler Equityparameter kann geschlossen berechnet werden, sobald Mittelstandsgrenzen festgelegt sind.

Middle class income boundaries		Optimal equity parameter	Middle class range for optimal equity parameter	Middle class size
β	α	ε	$[x_{\beta\varepsilon}, x_{\alpha\varepsilon}]$	$x_{\alpha\varepsilon} - x_{\beta\varepsilon}$
2	5	0.4790	[0.7356, 0.9544]	0.2188
1.5	5	0.5338	[0.5809, 0.9683]	0.3874
2	10	0.4272	[0.7018, 0.9820]	0.2802
1.1	10	0.5906	[0.2077, 0.9964]	0.7887
1.01	100	0.5718	[0.0230, 0.9999]	0.9769

Mittelschicht - Deutschland

Mittelschicht nach DIW: 70% bis 150% des Medians

Median: mind. 50% aller Werte *oberhalb* und
mind. 50% aller Werte *unterhalb*.

Beispiel:

$\text{median}(1,2,10) = 2 = \text{median}(1,2,1000)$

$\text{median}(1,2,10,12) = 6 = \text{median}(1,2,10,1200)$.

Mittlere Einkommen (DIW)

Jahr Größenanteile:

2000 0.62

2006 0.54

(Außerdem: Mittelwert wuchs stärker als Median)

Globalisierungsgewinner und -verlierer

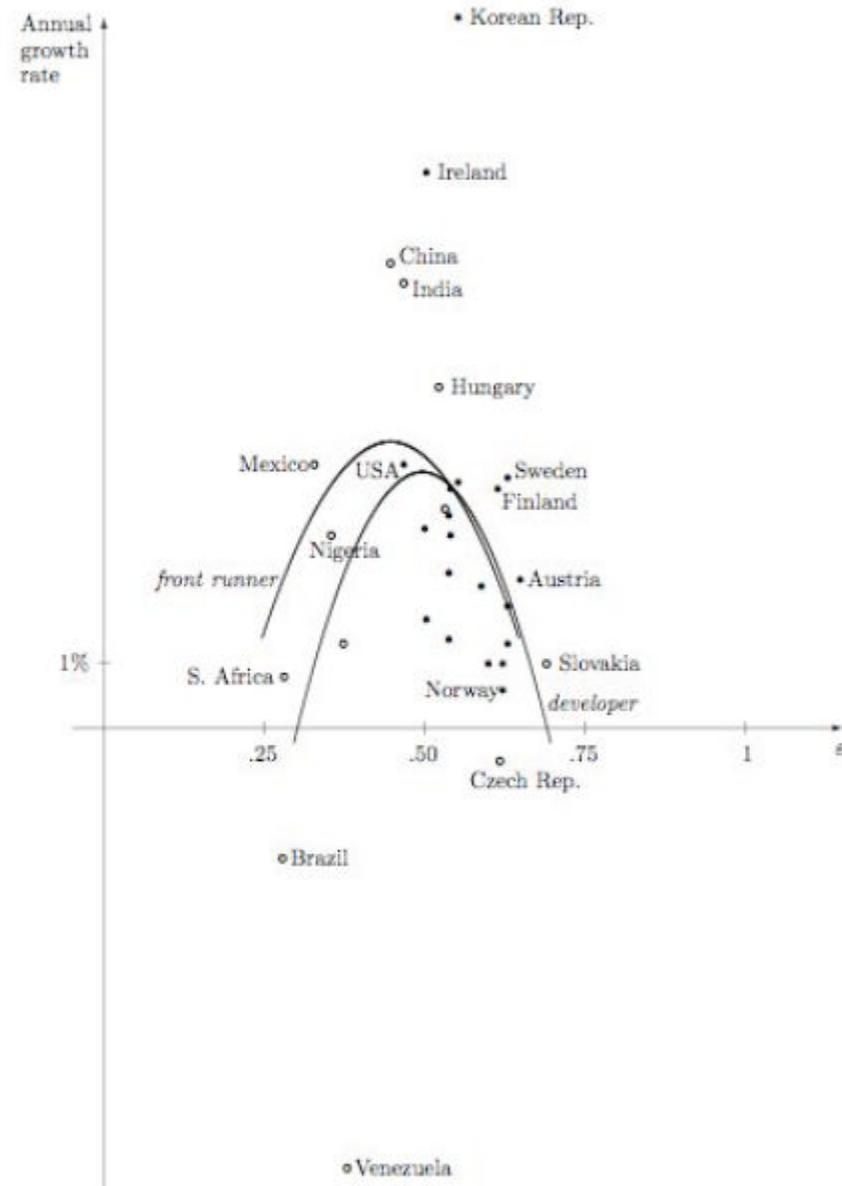
Befund für Privatpersonen (Weltbevölkerung) vage!

Hohe Einkommen	+
Obere Mittelschicht	-
Untere Mittelschicht	+
Geringe Einkommen, Armut	?

Wachstum und Ausgleich Kuznets Kurven

(Hypothese Simon Kuznets ca. 1940):

- Das Wachstum (als Funktion der Ungleichheit) hat die Form eines „umgekehrten U“
- Kein klarer Befund, da Öffnung der Regressionsparabel sensitiv gegen Wachstumsdaten!



Wachstum und (durch?) Ausgleich - Bsp. Singapur

Inflationsbereinigtes, durchschnittliches Wachstum von 1980 bis 1994: 4.5% p.a.

Gleichzeitig: Erhöhung des Equityparameters von 0.38 auf 0.42.

Untere Segmente profitieren stärker als obere.

1980		1994	
x_i	y_i	x_i	y_i
0.1	0.007738	0.1	0.01696
0.2	0.03608	0.2	0.04694
0.3	0.07486	0.3	0.08739
0.4	0.12349	0.4	0.13914
0.5	0.18434	0.5	0.20295
0.6	0.26042	0.6	0.28239
0.7	0.35606	0.7	0.38134
0.8	0.47996	0.8	0.50660
0.9	0.65013	0.9	0.67372

Wachstum und Ausgleich

Klassische Produktionsfaktoren:

- Arbeit
- Boden
- Kapital.

Neuere Auffassung (J. Stiglitz und andere):

- Arbeit
- Boden
- Kapital
- soziale Kohäsion
- Wissen ...

Capacity building*: the creation of an enabling environment with appropriate policy and legal frameworks, institutional development, including community participation (of women in particular), human resources development and strengthening of managerial systems.

*United Nations Development Program UNDP

Wachstum und Ausgleich

Weitere Forderungen von Stiglitz:

- Zugang zu Wissen für Entwicklungsländer,
- Zugang zu günstigen Medikamenten für Entwicklungsländer,
- Mehr Transparenz internationaler Organisationen (vor allem Weltbank und IWF)