# Lösung der Aufgabe 2.1.6

Vorläufige Version, noch nicht korrigiert!

Aufgabenstellung:

$$\vec{J} \cdot \vec{e_z} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{A} \cdot \vec{e_z}$$

$$\begin{aligned}
0 = \nabla\vec{A} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\vec{A}\cdot\vec{e_r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(r\vec{A}\cdot\vec{e_\varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(r\vec{A}\cdot\vec{e_z}\right) \\
\frac{\partial}{\partial\varphi} &= 0 \qquad \Rightarrow \\
\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\vec{A}\cdot\vec{e_r}\right) &= 0 \\
\Rightarrow \qquad \vec{A}\vec{e_r} &= \frac{1}{r}\cdot f\{\varphi, z\} \qquad \text{oder} \qquad \vec{A}\vec{e_r} = 0
\end{aligned}$$

keine Singularitäten auf der Achse

$$\Rightarrow \qquad \vec{A}\vec{e_r} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{A} = A\cdot\vec{e_\varphi} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\int\int\int_{V'}\frac{\vec{J'}\cdot\vec{e_\varphi}}{|\vec{r}-\vec{r'}|}d^3r'\cdot\vec{e_\varphi}$$

Achse:

$$\vec{r} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int\int_{V'}\frac{\vec{J'}\cdot\vec{e_\varphi}}{|\vec{r'}|}d^3r'$$

$$\vec{B} = \nabla\times\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial z}A\cdot\vec{e_r} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot A)\cdot\vec{e_z}$$

Zylindersymmetrie:

$$\Rightarrow \qquad \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

$$\vec{B} = B\cdot\vec{e_z} = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot A)\cdot\vec{e_z}$$

Achse:

$$\begin{aligned}
B\{0\} &= \lim_{r\to 0}\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\,(r\cdot A)\right) \\
&= \lim_{r\to 0}\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V'} J\{r'\}\frac{\partial}{\partial r}\frac{r}{|\vec{r}-\vec{r'}|}d^3r'\right)
\end{aligned}$$