Lösung der Aufgabe 4.1.4

Überarbeitet: JueM 20.03.2012

Aufgabe

Berechnen Sie die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ eines geraden Stromfadens der Länge L, durch den der Strom I fließt.

Lösung

Annahme: Der Strom fließt in z-Richtung auf der z-Achse im Bereich $-L/2 < z < L/2$. Die magnetische Induktion folgt dann mit $R^2 = x^2 + y^2$ aus

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[R\vec{e}_\phi \int\limits_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{(R^2 + (z - z')^2)^{3/2}} \, \mathrm{d}z' + \vec{e}_z \int\limits_{-L/2}^{L/2} \frac{z - z'}{(R^2 + (z - z')^2)^{3/2}} \, \mathrm{d}z' \right]$$

und nach Substitution $t = z - z'$ resultiert

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[R\vec{e}_\phi \int\limits_{z-L/2}^{z+L/2} \frac{1}{(R^2 + t^2)^{3/2}} \, \mathrm{d}t + \vec{e}_z \int\limits_{z-L/2}^{z+L/2} \frac{t}{(R^2 + t^2)^{3/2}} \, \mathrm{d}t \right] \quad .$$

Anwenden von Bronstein 206 und 207 ergibt

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[R\vec{e}_\phi \frac{t}{R^2\sqrt{R^2 + t^2}} + \vec{e}_z \frac{-1}{\sqrt{R^2 + t^2}} \right]_{z-L/2}^{z+L/2} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[R\vec{e}_\phi \left(\frac{z + L/2}{R^2\sqrt{R^2 + (z + L/2)^2}} - \frac{z - L/2}{R^2\sqrt{R^2 + (z - L/2)^2}} \right) \right. \\ &\qquad \left. + \vec{e}_z \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + (z - L/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + (z + L/2)^2}} \right) \right] \quad . \end{aligned}$$