

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Eine Punktladung Q befinde sich im Ursprung des Koordinatensystems. Wie groß sind im freien Raum das Potential und die dielektrische Verschiebung auf der Geraden $\vec{r} = t\vec{e}_x + (a - t)\vec{e}_y$ in Abhängigkeit vom Parameter t ?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Gegeben ist das Potential $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_0} \exp\{-\frac{r}{r_0}\}$ in Kugelkoordinaten. Welche Raumladung hat dieses Potential erzeugt?

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Ein elliptischer Stromfaden $\vec{r} = a \cos\{\varphi\}\vec{e}_x + b \sin\{\varphi\}\vec{e}_y$ trägt die Stromdichte I . Wie groß ist das Magnetfeld auf der z - Achse? Welche Komponenten enthält der verbleibende Ausdruck? Es genügt, das verbleibende Integral anzugeben.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Welche Stromdichteverteilung hat die magnetische Induktion $\vec{B} = B_0\vec{e}_z \exp\left\{-\left(\frac{\rho}{r_0}\right)^2\right\}$ (Zylinderkoordinaten) hervorgerufen?

Aufgabe 5 (8 Punkte)

In einem stabförmigen (nicht idealen) elektrischen Leiter lautet die Stromdichteverteilung $\vec{j}_v = j_0\vec{e}_x \sin\{2\pi\frac{y}{b}\} \cos\{5\pi\frac{z}{c}\}$. Seine Achse liegt auf der x - Achse, die Querschnittsabmessungen sind $|y| \leq b$ und $|z| \leq c$. Welche Kraft wirkt auf das Leiterstück $-l \leq x \leq 0$, wenn $\vec{B} = B_0\vec{e}_y \cos\{2\pi\frac{y}{b}\} \sin\{5\pi\frac{z}{c}\}$ ist?

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Durch eine ideal leitfähige Elektrode wird Strom in einen Elektrolyten eingespeist. Wie lautet die Stromdichte \vec{j} auf der Oberfläche der Elektrode, wenn sich eine homogene Stromabgabe von den Flächen in den Elektrolyten einstellt (Spitzeneffekte an den Kanten sind zu vernachlässigen)? Die Elektrode hat die Form eines gleichseitigen Dreiecks. Ein

Schenkel liegt auf der x - Achse im Bereich $|x| \leq \frac{a}{2}$. Die Spitze des Dreiecks liegt auf der positiven z - Achse und der Gesamtstrom der Elektrode, die auf der Länge L in den Elektrolyten eingetaucht ist, ist J . Geben Sie Betrag und Richtung von \vec{j} an.

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Die Ebene $x = 0$ bildet die Grenzfläche zwischen zwei Medien. Der Halbraum $x < 0$ ist homogen in x - Richtung mit P_0 polarisiert. Die Grenzfläche trägt keine freie Oberflächenladung. Welche Stetigkeitsbedingungen muß das Feld \vec{E} an der Grenzfläche erfüllen?

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Eine Linienladung ρ_l befindet sich parallel zu einem Kreiszyylinder im Abstand a von der Zylinderachse. Der Zylinder mit Radius $r_0 < a$ befindet sich auf dem Potential V_0 . Wie groß ist die elektrische Energiedichte dieser Konfiguration im freien Raum außerhalb des Zylinders und der Linienladung auf der Ebene, die die Zylinderachse und die Linienladung enthält?

Aufgabe 9 (12 Punkte)

Die längenbezogene Kapazität eines Zylinderkondensators, dessen Innenzylinder den Radius R_1 und Außenzylinder den Radius R_2 hat, kann mit Hilfe der konformen Abbildung aus der Kapazität eines Parallelplattenkondensators bestimmt werden. Dazu werden die Elektroden mit Hilfe des komplexen Logarithmus $w = \text{Ln}\{z\}$ auf Platten mit dem Abstand $d = \ln\left\{\frac{R_2}{R_1}\right\}$ und der Breite 2π abgebildet. Liegen die Zylinder exzentrisch zueinander, wird die konforme Abbildung $w = \text{Ln}\left\{\frac{z+a}{z-a}\right\}$ verwendet, die das System auf Parallelplatten mit Abstand $d = \ln\left\{\frac{r_2}{r_1}\right\}$ abbildet. Die Achsen der beiden Zylinder liegen dabei auf $z_1 = a\frac{r_1^2+1}{r_1^2-1}$ und $z_2 = a\frac{r_2^2+1}{r_2^2-1}$, die Radien der Zylinder resultieren aus $R_1 = a\frac{2r_1^2}{|r_1^2-1|}$ bzw. $R_2 = a\frac{2r_2^2}{|r_2^2-1|}$. Wie lautet das Potential in der z - Ebene, wenn die innere Elektrode geerdet ist und die äußere Elektrode das Potential $V = U$ trägt? Kommentar: In der Praxis müssen a , r_1 und r_2 aus z_1 , z_2 , R_1 und R_2 ausgerechnet werden. Hier genügt es, sie als bekannt anzunehmen.

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Wie groß ist die Magnetisierung auf der Achse einer vom Strom I durchflossenen ebenen kreisförmigen Leiterschleife (Radius r_0) im freien Raum mit der relativen Permeabilität μ ?

Aufgabe 11 (4 Punkte)

Welche Magnetisierung \vec{M} gehört zum skalaren magnetischen Potential $\Phi_m = k \frac{\vec{M}_0 \circ \vec{r}}{r^3}$?

Aufgabe 12 (2 Punkte)

In einem Kondensator mit Dielektrikum ϵ herrscht die homogene Feldstärke $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin\{\omega t\}$. Wie groß ist die Polarisationsstromdichte durch den Kondensator?

Aufgabe 13 (7 Punkte)

In einem verlustlosen Medium der Brechzahl n breite sich eine Welle gemäß $\exp\{-i\vec{k} \circ \vec{n}\}$, $\|\vec{k}\| = k$ aus. Der Wellenzahlvektor hat keine Komponente in x -Richtung, in y -Richtung lautet sie $m\pi\frac{1}{b}$. Wie groß ist die Gruppengeschwindigkeit der Welle in z -Richtung?

Aufgabe 14 (5 Punkte)

In der Ebene $z = 0$ herrscht im Bereich $|x| \leq a, |y| \leq b$ die elektrische Feldstärke $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x \sin\{k_y y\} \cosh\{g \frac{x}{a}\}$. Als Näherungsausdruck wird für $z > 0$

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_x \frac{-1}{4\lambda z} \exp\left\{i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda z}\right\} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \exp\left\{i\pi \frac{x_0^2 + y_0^2}{\lambda z}\right\} \cdot \left[\exp\left\{\left(\frac{g}{a} - i2\pi \frac{x}{\lambda z}\right) x_0\right\} + \exp\left\{\left(-\frac{g}{a} - i2\pi \frac{x}{\lambda z}\right) x_0\right\} \right] \cdot \left[\exp\left\{i\left(k_y - 2\pi \frac{y}{\lambda z}\right) y_0\right\} - \exp\left\{-i\left(k_y + 2\pi \frac{y}{\lambda z}\right) y_0\right\} \right] dx_0 dy_0$$

gewählt. Um welche Darstellung handelt es sich hier und welche Bedingung muß erfüllt sein?