Elektromagnetische Felder und Wellen

Klausur Herbst 2000

Aufgabe 1 (5 Punkte)

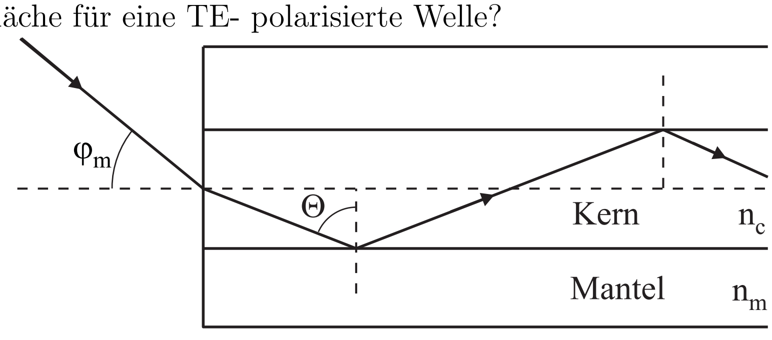
Ein magnetischer Dipol hat das Moment $\vec{m} = m\vec{e_z}$. Wie groß ist Feld $\vec{B}$ auf der z- Achse bei $z = a$, wenn sich der Dipol auf der z- Achse bei $z = b$ befindet?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zwei magnetisierbare Medien mit den relativen Permeabilitäten μ_1 und μ_2 grenzen in der Ebene $x = 0$ aneinander. Im Medium 1 existiert das Magnetfeld $\vec{H}_1 = H\vec{e_y}$, das Magnetfeld im Medium 2 verschwindet. Wodurch ist das möglich? (Welche Größe hat die physikalische Ursache für die Unstetigkeit in $\vec{H}$ an der Grenzfläche?)

Aufgabe 3 (5 Punkte)

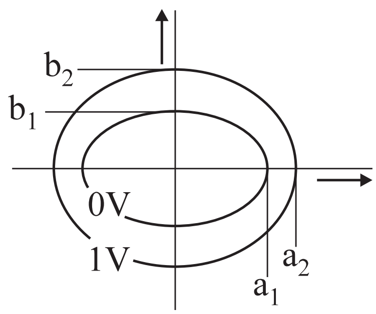
Gegeben ist eine Welle, die wie unten skizziert mit dem Winkel $\sin\{\varphi_m\} = (n_c - n_m)/2$, ($n_m < n_c$) auf die Stirnfläche einer Glasfaser fällt. Wie groß ist der Reflexionsfaktor zwischen einfallendem und reflektiertem elektrischen Feld bei der Reflexion an der Kern-Mantel- Grenzfläche für eine TE- polarisierte Welle?



Aufgabe 4 (12 Punkte)

Ein Zylinderkondensator mit elliptischen Elektrodenquerschnitten wurde mit der Spannung $U = 1\,\mathrm{V}$ geladen. Die Halbachsen a und b der Elektroden liegen parallel und haben jeweils die Längen $a_1 = 1.25\,\mathrm{mm}$, $a_2 = 1.66\,\mathrm{mm}$, $b_1 = 0.75\,\mathrm{mm}$ und $b_2 = 1.33\,\mathrm{mm}$.

Die Abbildung $z = \frac{d}{2}\left(\frac{w}{r_0} + \frac{r_0}{w}\right)$ bildet die beiden konzentrischen Kreise $|w| = 2r_0$ und $|w| = 3r_0$ mit $d = 1\,\mathrm{mm}$ auf diese Ellipsen ab. Wohin werden die Punkte $|w| = 2r_0$ und $|w| = 3r_0$ abgebildet? Welche Größe hat das elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten?



Aufgabe 5 (15 Punkte)

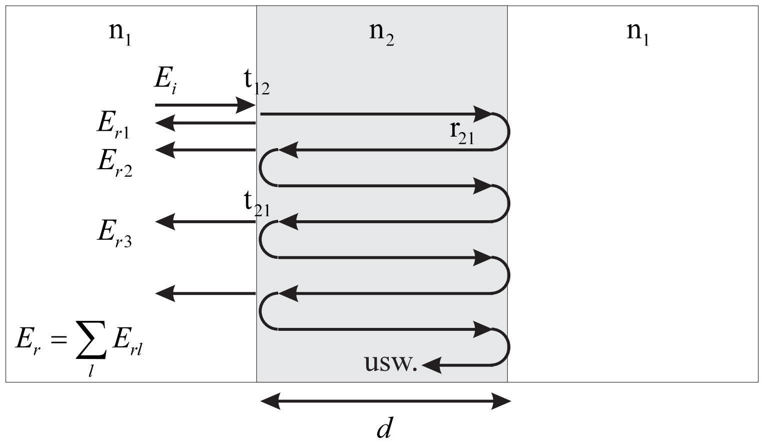
Die metallische ebene Grenzfläche $z = 0$ sei geerdet, im Punkt $(0, 0, a)$ befinde sich eine Ladung Q. Mit welcher Potenz nimmt das elektrische Potenzial für große Werte von z auf der z- Achse ab?
Anstelle der metallischen ebenen Grenzfläche tritt eine Metallkugel mit Radius a und Mittelpunkt $(0, 0, -a)$. Mit welcher Potenz nimmt das elektrische Potenzial nun entlang obiger Geraden ($z \to \infty$) ab?
Skizzieren Sie die Anordnungen!

Aufgabe 6 (9 Punkte)

Zwischen zwei identischen Medien der Brechzahl n_1 befinde sich eine ebene Platte der Brechzahl n_2. Diese Platte habe die Dicke $d = \frac{\lambda}{2n_2}$. Wie gross ist der Reflexionsfaktor für eine ebene Welle der Wellenlänge $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n_1}$, die senkrecht auf die Grenzflächen trifft?
Hinweise: Berücksichtigen Sie alle Mehrfachreflexionen innerhalb der Platte und gehen Sie von verlustfreier Wellenausbreitung in allen Medien aus. Verwenden Sie entweder die Transfer-Matrix Methode oder nutzen Sie die geometrische Reihe

$$\sum_{l=0}^{\infty} x^l = \frac{1}{1-x}$$

für das unten stehende Bild.



Aufgabe 7 (10 Punkte)

Im Halbraum $x > 0$ befinde sich ein sonst unendlich ausgedehntes homogenes, isotropes, leitendes Medium mit $\epsilon_r, \mu_r, \sigma$. Das Material ist raumladungsfrei und die Verschiebungsstromdichte vernachlässigbar klein. Der Halbraum $x <= 0$ sei mit Vakuum "gefüllt". Für die zeitabhängigen Felder sei ein harmonischer Zusammenhang mit der Zeit:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{-i\omega t} \tag{1}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t} \tag{2}$$

angesetzt.

Leiten Sie mittels Rotationsbildung aus dem Faraday-Gesetz unter Verwendung des Ohmschen- und des modifizierten Ampere-Gesetzes eine Differentialgleichung für die freie Stromdichte $\vec{j}$ in diesem Spezialfall her.

Auf Grund der Geometrie lässt sich diese Differentialgleichung so reduzieren, dass die Stomdichte nur noch von einer Ortsvariablen abhängt. Von welcher? Die Stromdichte besitzt somit nur noch eine Komponente, welche? Begründen Sie Ihre Auswahl.

Aufgabe 8 (10 Punkte)

Betrachtet werden soll eine Seifenblase mit Radius R_0. Ihre leitfähige Oberfläche befinde sich auf dem elektrostatischen Potenzial $V_0 > 0$. Für die umgebende Luft gelte $\epsilon_r = 1$.

Geben Sie das Potenzial im Raum außerhalb der Blase als Funktion des Radius R_0 an, wenn das Potential im Unendlichen verschwindet.

Welche Größe hat die Energiedichte des elektrischen Feldes außerhalb der Blase? Wie groß ist die im Feld gespeicherte potentielle Energie W_{pot}?
Welche Bedeutung hat die Größe

$$\frac{\partial W_{pot}}{\partial R_0}$$

an der Oberfläche der Blase?

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Gegeben ist ein ebener Plattenkondensator aus zwei parallelen Metallplatten der Fläche F, die sich bei $x = 0$ bzw. $x = d$ befinden und ein leitfähiges Dielektrikum mit ortsabhängigen Materialparametern $\varepsilon\{x\}$ und $\sigma\{x\}$ einschließen. Der zum Zeitpunkt $t = 0$ vollständig entladene Kondensator wird von einer idealen Stromquelle mit

$$i\{t\} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } t \leq 0 \\ i_0 & \text{wenn } t > 0 \end{cases}$$

gespeist. Skizzieren Sie die Anordnung. Berechnen Sie unter Vernachlässigung von Randverzerrungen die Stromdichte der freien Ladungsträger $\vec{j}_{\mathrm{frei}} = j_{\mathrm{frei}}\{x,t\}\,\vec{e_{\mathrm{x}}}$ im Kondensatorinneren. Skizzieren Sie $j_{\mathrm{frei}}\{x,t\}$ für ein festes x in Abhängigkeit von t.
Hinweise: Verwenden Sie die Kontinuitätsgleichung und das mikroskopische ohmsche Gesetz zur Herleitung einer Differenzialgleichung für j_{frei}. Der Produktansatz $j\{x,t\} = X\{x\}T\{\ t\}$ führt nicht zur Lösung.

Aufgabe 10 (12 Punkte)

Gegeben ist eine Punktladung Q, die sich im Mittelpunkt einer dielektrischen Kugel mit relativer Dielektrizitätszahl ε und Radius r_0 befindet. Gesucht sind die Verschiebungsdichte $\vec{D}$, die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ und das elektrische Potenzial V des Feldes dieser Anordnung. Die dielektrische Kugel befindet sich im ansonsten leeren Raum. Verwenden Sie die Integralform des Gaußschen Gesetzes für die dielektrische Verschiebung.

Aufgabe 11 (4 Punkte)

Gegeben ist ein keilförmiger Bereich mit Öffnungswinkel $\pi/4$, dessen Wände bei $\Phi_1 = 0$ und $\Phi_2 = \pi/4$ (Zylinderkoordinaten) geerdet sind. In diesem Bereich befindet sich eine

Punktladung Q ($0 < \Phi_Q < \pi/4$). Skizzieren Sie die Anordnung maßstäblich in der x-y-Ebene. Skizzieren Sie Ort und Stärke aller sieben Spiegelladungen, die notwendig sind, um mit Hilfe der Spiegelladungsmethode das Potenzial der Anordung im keilförmigen Bereich zu bestimmen.

Aufgabe 12 (7 Punkte)

Gegeben ist ein Hohlzylinder, mit Innendurchmesser a und Außendurchmesser b, auf dem der Strom I homogen verteilt fließt. Die Achse des Zylinders ist mit der z-Achse identisch. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ im Inneren des Hohlzylinders ($\rho < b$ in Zylinderkoordinaten).