

# Elektromagnetische Felder und Wellen

Name :

Matrikelnummer :

Aufgabe 1:

Aufgabe 2:

Aufgabe 3:

Aufgabe 4:

Aufgabe 5:

Aufgabe 6:

Aufgabe 7:

Aufgabe 8:

Aufgabe 9:

Aufgabe 10:

Aufgabe 11:

$\Sigma$

$\Sigma$

$\Sigma$

Gesamtpunktzahl:

Note:

## Einverständniserklärung

Ich bin damit einverstanden, dass die Prüfungsergebnisse unter Angabe meiner Matrikelnummer ausgehängt werden.

- einverstanden
- nicht einverstanden

Ulm, den \_\_\_\_\_ (Datum Unterschrift)

Studenten, die nicht einverstanden sind, müssen sich die Ergebnisse persönlich unter Vorlage des Personalausweises **und** Studentenausweises bei der Klausureinsicht abholen. Die Ergebnisse werden zu keinem anderen Zeitpunkt bekannt gegeben.



## Klausur Herbst 2002

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Das Material einer Sonde sei durch  $\epsilon_2$  und  $\sigma_2$  charakterisiert. Die Sonde ist zylinderförmig mit Durchmesser  $D$  und das Ende hat die Form einer Halbkugel. Dieses Ende taucht in ein unendlich ausgedehntes Medium mit  $\epsilon_1$  und  $\sigma_1$ . Auf der gesamten Sondenlänge fließt, homogen auf den Zylinderquerschnitt verteilt, der Strom  $I$ , parallel zur Achse. Skizzieren Sie die Anordnung! Wie groß ist die Raumladung an der Grenzfläche zwischen Sonde und umgebendem Medium?

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine unendlich ausgedehnte Platte der Dicke  $d$  ist senkrecht zur Oberfläche homogen polarisiert. Die Polarisation ist  $\vec{P}_0$ . Wie groß ist die Oberflächenladungsdichte auf beiden Seiten der Platte unter der Voraussetzung, dass das elektrische Feld im gesamten Raum verschwindet?

### Aufgabe 3 (8 Punkte)

Eine Punktladung  $Q$  soll über dem Mittelpunkt eines Kreises mit Radius  $r_0$  und Linienladungsdichte  $\rho_L$  zum Schweben gebracht werden. Wie groß ist das  $\vec{E}$ -Feld der Linienladung? Neben der elektrostatischen Wechselwirkung wirkt die Gravitationskraft  $\vec{F}_G = m_Q \vec{g}$ , wobei  $m_Q$  die Masse der Ladung und  $\vec{g}$  die Fallbeschleunigung ist. Geben Sie eine Bestimmungsgleichung für den Punkt an, bei dem sich die Kräfte gerade aufheben (nicht ausrechnen!).

### Aufgabe 4 (3 Punkte)

Ein unendlich langes gerades Band infinitesimal kleiner Dicke der Breite  $2a$  ist homogen entlang seiner Achse magnetisiert. Die Magnetisierung ist  $\vec{M}$ . Berechnen Sie die magnetische Induktion  $\vec{B}$  innerhalb und außerhalb des Bandes unter der Voraussetzung, dass das Magnetfeld  $\vec{H}$  überall verschwindet.

### Aufgabe 5 (4 Punkte)

In Beispiel 5.2.3 des Skripts wird das magnetische Dipolmoment einer Leiterschleife berechnet. Dabei ist angemerkt, dass keine Schleifenkreuzungen vorkommen sollen. Wir wollen das ma-

netische Dipolmoment einer Achterschleife welche vom Strom  $I$  durchflossen wird berechnen. Zerlegen sie hierzu die Struktur in zwei geometrisch gleiche geschlossene Leiterschleifen, welche keine Kreuzung aufweisen. Skizzieren Sie die Anordnung. Von welchem Grundsatz können Sie für große Entfernungen von der Anordnung ausgehen? Was folgt also für das Dipolmoment der Anordnung für große Entfernungen?

### Aufgabe 6 (7 Punkte)

Das Magnetfeld eines unendlich langen, geraden Stromfadens lautet in Zylinderkoordinaten

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho} \vec{e}_\phi \quad .$$

Berechnen Sie  $\iint_S (\nabla \times \vec{H}) \circ d^2\vec{S}$  für eine ebene Fläche die den Ursprung einschließt. Berechnen Sie weiterhin  $\oint_{C_S} \vec{H} \circ d\vec{l}$  auf der Randkurve  $C_S$  von  $S$ . Was würden Sie nach dem Stoke'schen Integralsatz erwarten ? Wie erklären Sie sich das Ergebnis ?

### Aufgabe 7 (7 Punkte)

Auf der Oberfläche eines unendlich langen geraden Kreiszyinders fließt der Oberflächenstrom  $\vec{j}_s$  parallel zur Zylinderachse. Wie groß ist die magnetische Feldstärke außerhalb des Zylinders? Bestimmen Sie zunächst die Richtung von  $\vec{H}$ . Verwenden Sie dann das Durchflutungsgesetz in integraler Schreibweise. Wie groß ist die Feldstärke auf der Innenseite der Zylinderoberfläche?

### Aufgabe 8 (20 Punkte)

Auf der Oberfläche einer Kugel vom Radius  $R$  befinde sich die homogene Oberflächenladungsdichte  $\rho_s$ . Der Kugelmittelpunkt befinde sich im Ursprung, wobei die Kugel gleichmäßig um die z-Achse rotiert.

Geben Sie die resultierende Stromdichte an; beachten Sie hierbei, daß die Geschwindigkeit eines Punktes auf der Oberfläche durch seinen Aufpunkt  $\vec{R}$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  der Kugel als  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$  dargestellt werden kann.

Welche Richtung hat das magnetische Dipolmoment der Anordnung und wie groß ist also das magnetische Vektorpotential  $\vec{A}$  auf der z-Achse außerhalb der Kugel?

**Hinweise:**  $\vec{m}$  und  $\vec{A}$  sollen nicht vollständig ausgerechnet werden! Berücksichtigen Sie unbedingt, dass die Einheitsvektoren in Kugelkoordinaten von  $\theta$  und  $\phi$  abhängen!

**Aufgabe 9** (20 Punkte)

In einem in x- und z-Richtung unendlich ausgedehnten Blech der Dicke  $d$  fließe die Stromdichte  $j_x \cdot \vec{e}_x$ . Das Blech liege in der x-z-Ebene mit der einen Seite bei  $y = 0$  und der anderen bei  $y = d$ . Berechnen Sie das  $\vec{H}$ -Feld im Blech und in dessen unmittelbarer Umgebung. Wählen sie die Integrationskonstanten so, dass sie sich an der Ober- und Unterseite nur um ein Vorzeichen unterscheiden, beachten Sie die Spiegelsymmetrie der Anordnung. Welche Aussage kann man über das  $\vec{H}$ -Feld in unmittelbarer Umgebung des Blechs machen, wenn dessen Dicke  $d$  gegen Null geht, das Produkt  $j_x \cdot d$  im Inneren jedoch konstant bleibt?

**Aufgabe 10** (6 Punkte)

Zwei Medien mit relativen Dielektrizitätszahlen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  stoßen bei  $z = d$  aneinander. Im Bereich 2,  $z > d$ , läuft die transmittierte Welle

$$\vec{E} = E_0 \exp\{i(k_y y + k_z z - \omega t)\} \vec{e}_x \quad .$$

Wie lauten die Wellenzahlvektoren der einfallenden und der reflektierten Welle im Bereich 1  $z \leq d$ ?

**Aufgabe 11** (6 Punkte)

Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen für polarisierbare und magnetisierbare Materie eine Wellengleichung für  $\vec{E}$  her, die nur Polarisationsströme berücksichtigt.