Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei das statische elektrische Feld in Zylinderkoordinaten durch

$$\vec{E}(\varrho) = E_0 \frac{\rho_0}{\rho} \vec{e_\rho}$$

gegeben. Wie viel Energie ist nötig um eine Ladung Q von $\vec{r_1} = 2\vec{e}_{\mathrm{y}}$ nach $\vec{r_2} = 6\vec{e}_{\mathrm{x}}$ zu bringen?

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Der Strom I fließt bei $x = -a$ in z-Richtung durch die x-y-Ebene hindurch. Zwischen den Winkelhalbierenden des I.- und IV.-Quadranten befinde sich ein Material mit sehr großer Permeabilität μ. Skizzieren Sie die Feldlinien des Magnetfeldes $\vec{H}$ in dieser Ebene !

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Der Drucksensor in Abbildung 1 enthält als sensitives Element eine geladene Membran. Die Spannung zwischen der Boden- und der Deckelelektrode ist von der Lage der Membran abhängig und wird hochohmig gemessen. Die Membran ist mit 55 Elektronen/mm^2 belegt. Wenn sich die Membran in Ruhelage befindet, ist die Spannung $0\,\mathrm{V}$. Um wie viel wurde die Membran bewegt, wenn die gemessene Spannung $10^{-3}\,\mathrm{V}$ beträgt?
Hinweis: Die Elementarladung kann mit $1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}$ abgeschätzt werden.

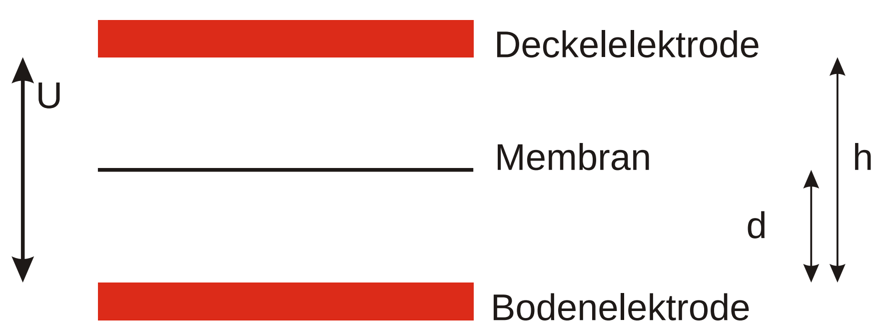

Abbildung 1: Drucksensor mit geladener Membran.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zerlegen Sie die monochromatische Welle

$$\vec{E}\{\vec{r},t\} = E_0 \cdot (1-i, 2+i, 0)^T \exp\{i(kz-\omega t)\} \quad , E_0 \in \mathbb{R}$$

in einen linear und einen zirkular polarisierten Anteil.

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Eine Kugel mit Radius R trägt die Ladungsdichte $\varrho_V = \varrho_0 \frac{r}{R}$ und besitzt die Dielektrizitätszahl ε_1. Wie groß ist das Potenzial im gesamten Raum, wenn das Potenzial im Unendlichen verschwindet ? Gehen Sie bei der Lösung von der Poissongleichung aus. Welche Annahme kann man für das Potenzial im Zentrum der Kugel treffen ?
Hinweis: Es genügt die vier Gleichungen zur Bestimmung der Integrationskonstanten anzugeben.

Aufgabe 6 (3 Punkte)

In einem Medium mit relativer Permeabilität μ und relativer Dielektrizitätszahl $\epsilon = 1$ wird das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \cos\{\pi \frac{y}{b}\} \exp\{i(\gamma x - \omega t)\} \vec{e}_{\mathrm{z}}$$

gemessen. Wie lautet die Dispersionsrelation für das Feld?

Aufgabe 7 (14 Punkte)

In den Ebenen $z = 0$ und $z = 2a$ befinden sich unendlich gut leitende Metallplatten. Bei $0 < z < a$ befindet sich das homogene Medium 1 mit der Leitfähigkeit $\sigma_1 \gg \epsilon_0 \epsilon_1 \omega$, $\epsilon_1 = 1$. Der Bereich $a < z < 2a$ ist mit dem homogenen Medium 2 mit der relativen Permeabilitätszahl $\epsilon_2 > 1$ gefüllt. Die Metallplatte bei $z = 0$ ist geerdet, während die Metallplatte bei $z = 2a$ das harmonische Potential $V = V_0 e^{-i\omega t}$ trägt. Skizzieren Sie die Anordnung. Berechnen Sie die Leitungs- und Polarisationsstromdichten in den Medien 1 und 2. Vernachlässigen Sie dabei magnetische Felder (d.h. $\frac{\omega\sqrt{\epsilon}}{c_0} a \ll 1$).

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Ein unendlich langer Leiter liegt auf der z-Achse und erregt das folgende **zeitabhängige** Magnetfeld

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi}\frac{1}{\rho}\frac{t}{t_0}\vec{e}_\phi \qquad .$$

In der x-z-Ebene befinde sich eine quadratische Leiterschleife der Kantenlänge a, deren Schwerpunkt im Abstand a zum Leiter liegt. Die Leiterschleife ist in einer Ecke unterbrochen. Skizzieren Sie die Anordnung. Welche Induktionsspannung wird zwischen den beiden Enden der Schleife gemessen?

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Im freien Halbraum $y < 0$ herrscht das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \left(3 \exp\left\{i\left(k_\mathrm{x} x + k_\mathrm{y} y - \omega t\right)\right\} - \exp\left\{i\left(k_\mathrm{x} x - k_\mathrm{y} y - \omega t\right)\right\}\right) \vec{e}_\mathrm{z} \quad .$$

Der Halbraum $y > 0$ ist mit einem Dielektrikum mit $\epsilon = 2.5$ gefüllt. Skizzieren Sie die Wellenzahlvektoren der einfallenden Welle. Bestimmen Sie das elektrische Feld der transmittierten Welle unter der Voraussetzung, dass oben $k_\mathrm{x} = k_\mathrm{y}$ gilt.

Aufgabe 10 (8 Punkte)

Im Vakuum befinden sich auf allen 6 Schnittpunkten der Kugeloberflächen

$$|\vec{r}| = n \cdot a \quad , n \in \mathbb{N}$$

mit den kartesischen Koordinatenachsen die zeitabhängigen Ladungen

$$Q_n = Q_0 \cdot \frac{1}{n}\delta\left(t + n\frac{a}{c_0}\right) .$$

Wie lautet das Potenzial $\Phi_{el}\left\{\vec{r}, t\right\}$ in Lorentzeichung bei $\vec{r} = \vec{0}$, das durch die Ladungen Q_n verursacht wird? Hinweis: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

Aufgabe 11 (10 Punkte)

Ein Pendel der Länge l besitzt am schwingenden Ende die Ladung Q. Der zeitliche Verlauf des Auslenkungswinkels sei mit $\alpha = \alpha_0 \sin \omega t$ gegeben. Dabei ist ω so klein, dass von quasi-statischen Bedingungen ausgegangen werden kann. Skizzieren Sie die Anordnung. Berechnen Sie die resultierende magnetische Induktion im Aufhängungspunkt des Pendels!

Aufgabe 12 (12 Punkte)

Der freie rechte Halbraum $x > 0$ wird durch eine ideal leitende metallische Platte begrenzt. Das magnetische Feld im stromfreien rechten Halbraum ist

$$\vec{H} = H_0 \cos\{\pi \frac{x}{a}\} \sin\{\pi \frac{y}{b}\} \exp\{i(\beta z - \omega t)\} \vec{e}_{\mathrm{y}} \quad .$$

Wie lautet die Ladungsverteilung bei $x = 0$?