Aufgabe 1 (5 Punkte)

Im Zentrum einer metallischen Hohlkugel mit Innenradius R_2 und Außenradius $R_3 > R_2$ befindet sich eine weitere metallische Kugel mit Radius $R_1 < R_2$. Die innere Kugel trägt die Ladung Q und die Hohlkugel die Ladung $2Q$. Wie lautet die dielektrische Verschiebung im gesamten Raum?

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Ein piezoelektrischer Zylinder mit kreisrundem Querschnitt (Radius $R = 0.25\,\mathrm{cm}$, Länge $L = 1\,\mathrm{cm}$) erzeugt bei Druckbelastung $d = 10^{12}\,\mathrm{Pa}$ entlang seiner Achse die homogene (zum Druck proportionale) Polarisation $P = 1\,\mathrm{As/m^2}$. Welche Kraft ist erforderlich, um eine Spannung von $1\,\mathrm{kV}$ auf den Endflächen zu erzeugen? Die Dielektrizitätskonstante des Zylinders ist $\varepsilon = 2$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Auf der Oberfläche eines unendlich langen feldfreien Zylinders mit Radius ρ_0 fließt der Strom J in axialer Richtung. Wie lautet das magnetische Feld außerhalb des Zylinders?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Der magnetische Fluss $\iint \vec{B} \circ \mathrm{d}\vec{S}$ in einem Teilstück der Länge L eines unendlich langen geraden Koaxialkabels soll bestimmt werden. Im Innen- und Außenleiter fließt der Strom J homogen verteilt hin bzw. zurück. Der Radius des Innenleiters ist R_1, der Außenleiter hat die Radien R_2 und R_3. Die relative Permeabilität des Dielektrikums zwischen den Leitern ist μ. Der magnetische Fluss in der Halbebene $\Phi = 0$ zwischen den Leitern ($R_1 < \rho < R_2$) soll berechnet werden.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Ein gerader Draht der Länge $L = 10\,\mathrm{cm}$ trage den Strom $J = 1\,\mathrm{A}$. Er befindet sich in einem homogenen Magnetfeld H, das sich zeitlich harmonisch ändert. Das Magnetfeld regt den $1\,\mathrm{g}$ schweren Draht zu einer Schwingung mit $1\,\mathrm{cm}$ Amplitude bei $10\,\mathrm{Hz}$ an. Wie groß muss das Magnetfeld mindestens sein, wenn Effekte durch die Zuleitung und der Drahtquerschnitt gegenüber seiner Länge vernachlässigt werden dürfen?

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Auf dem Rand eines ebenen quadratischen Gebietes der Kantenlänge $a = 1\,\mathrm{cm}$ wird das Magnetfeld $\vec{H} = \frac{J_0}{2\pi}\frac{x\vec{e}_\mathrm{y} - y\vec{e}_\mathrm{x}}{x^2+y^2}$, $J_0 = 1.5\,\mathrm{A}$ gemessen. Für die Messung wurde der Schwerpunkt des Gebietes als Ursprung des Koordinatensystems gewählt und die Achsen parallel zu den Kanten des Gebietes ausgerichtet. Kann es sein, dass die Stromdichte in dem Gebiet durch $\vec{j} = 1.5\,\mathrm{A/cm^2}\left(\mathrm{rect}\left\{\frac{x}{0.5\,\mathrm{cm}}\right\}\mathrm{rect}\left\{\frac{y}{0.5\,\mathrm{cm}}\right\}\vec{e}_\mathrm{z}\right)$ beschrieben wird? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Eine ebene Welle mit elektrischer Feldstärke $\vec{E}_\mathrm{in} = E_0 \exp\left\{-i\left(\vec{k}_\mathrm{in}\circ\vec{r} - \omega t\right)\right\}\vec{e}_\mathrm{y}$ breitet sich mit dem Wellenzahlvektor $\vec{k}_\mathrm{in} = k_\mathrm{x}\vec{e}_\mathrm{x} + k_\mathrm{z}\vec{e}_\mathrm{z} = (0.6\vec{e}_\mathrm{x} + (0.2 - i0.4)\vec{e}_\mathrm{z})\,k_0$ im verlustbehafteten Medium 1 aus. Das Medium grenzt bei $z = 0$ an Luft. Berechnen Sie den Reflexionsfaktor der Welle.

Aufgabe 8 (7 Punkte)

Eine monochromatische ebene Welle der Form $\vec{E} = (E_\mathrm{x}, iE_\mathrm{x}, 0)\exp\{i(kz - \omega t)\}$ breitet sich für $z < 0$ im Vakuum aus und trifft bei $z = 0$ auf ein unmagnetisches Medium mit der relativen Dielektrizitätszahl $\varepsilon > 1$, welches den kompletten Halbraum $z > 0$ ausfüllt. Wie lautet das elektrische Feld der reflektierten und transmittierten Welle? Wie sind einfallende, reflektierte und transmittierte Welle polarisiert?

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Zerlegen Sie die Welle $\vec{E} = E_0\frac{a\vec{e}_\mathrm{x} + b\vec{e}_\mathrm{y} + c\vec{e}_\mathrm{z}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\exp\{-i(cx - az - \omega t)\}$ bezüglich der x-z-Ebene in ihren TE- und TM- Anteil.

Aufgabe 10 (5 Punkte)

Das magnetische Vektorpotenzial in einem linearen ungeladenen Medium sei durch $\vec{A} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{R}$ mit bekannten $\vec{R}$ gegeben. Welche Größe hat $\vec{E}$ als Funktion von $\vec{R}$ unter der Voraussetzung, dass Lorentzeichung gilt?

Aufgabe 11 (8 Punkte)

Eine ebene Welle mit der Energie $N_{\mathrm{in}}\hbar\omega$ und dem Impuls $N_{\mathrm{in}}\hbar\vec{k_{\mathrm{in}}}$ trifft aus Medium 1 (Brechzahl n_1) senkrecht auf eine Grenzfläche zu Medium 2 (Brechzahl n_2). Welchen Impuls nimmt die Grenzfläche auf? Welche Richtung hat er für $n_1 = 1$ und $n_2 = 2$? Einfallende und reflektierte Energie stehen im gleichen Verhältnis wie die entsprechenden Leistungsdichten.

Aufgabe 12 (8 Punkte)

Welche Differentialgleichung muss $\vec{E}_0\{z\}$ erfüllen, damit

$$\vec{E}\{\vec{r},t\} = \vec{E}_0\{z\}\exp\{i(bz-\omega t)\}$$

in einem ungeladenen unmagnetischen Medium mit ortsabhängiger Brechzahl $n\{z\}$ Lösung der Wellengleichung ist?

Aufgabe 13 (6 Punkte)

Das magnetische Feld $\vec{H} = H_0\exp\{i((k_{\mathrm{x}}x - 2k_{\mathrm{y}}y) - \omega t)\}(\vec{e}_{\mathrm{x}} + 2\vec{e}_{\mathrm{y}})$ wird in einem linearen Medium mit Materialgrößen ε, μ gemessen. Wie lautet der zugehörige zeitgemittelte Poyntingvektor?

Aufgabe 14 (10 Punkte)

In Bereich 1 bei $|x| > \frac{d}{2}$ sei ein homogenes Dielektrikum ($\varepsilon_1 > 1$) und es gelte

$$\vec{E}_1 = E_{10}\exp\left\{i\left(\frac{\omega\sqrt{\varepsilon_1}}{c_0}z - \omega t\right)\right\}\vec{e_y} \quad .$$

Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}_2$ in Bereich 2 bei $|x| \leq \frac{d}{2}$ mit $\varepsilon_2 = 1$.
Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz

$$\vec{E}_2 = \left(\vec{E_{21}} \exp\{ik_\mathrm{x}x\} + \vec{E_{22}} \exp\{-ik_\mathrm{x}x\}\right) \exp\left\{i(k_\mathrm{y}y + k_\mathrm{z}z - \omega t)\right\} \quad .$$