

Elektromagnetische Felder und Wellen

Name :

Matrikelnummer :

Aufgabe 1:

Aufgabe 2:

Aufgabe 3:

Aufgabe 4:

Aufgabe 5:

Aufgabe 6:

Aufgabe 7:

Aufgabe 8:

Aufgabe 9:

Aufgabe 10:

Aufgabe 11:

Σ

Σ

Σ

Gesamtpunktzahl:

Note:

Einverständniserklärung

Ich bin damit einverstanden, dass die Prüfungsergebnisse unter Angabe meiner Matrikelnummer veröffentlicht werden.

einverstanden

nicht einverstanden

Ulm, den _____(Datum Unterschrift)

Studenten, die nicht einverstanden sind, müssen sich die Ergebnisse persönlich unter Vorlage des Personalausweises **und** Studentenausweises bei der Klausureinsicht abholen. Die Ergebnisse werden zu keinem anderen Zeitpunkt bekannt gegeben.

Klausur Frühjahr 2005

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Wie lautet das elektrostatische Potential $V(\vec{r})$, das durch die Raumladungsdichte

$$\varrho(\vec{r}) = \varrho_0 e^{k_x x + i k_y y}$$

erzeugt wird, wenn $V(\vec{r} = \vec{0}) = 0$ und $k_x \neq k_y$ gilt?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

In der xy -Ebene befindet sich ein ringförmiger Stab mit kreisförmigem Querschnitt (Torus). Seine Leitfähigkeit ist σ_T . Der Innenradius ist R_{Ti} und der Außenradius $R_{Ta} = 2 \cdot R_{Ti}$ mit Mittelpunkt im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems. Der Torus trägt die Ladung Q . Bei $z = R_{Ta}$ befindet sich eine ungeladene Metallkugel mit Radius $R_K = R_{Ti}$ und idealer Leitfähigkeit. Skizzieren Sie die sich einstellende Ladungsverteilung und die elektrischen Feldlinien sowie Äquipotenziallinien in der xz -Ebene.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

In einem realen Dielektrikum fließt ein Strom mit Stromdichte $\vec{j} = j_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t) \vec{e}_x$. Welche Ladung $Q(t)$ ist im Würfel mit Kantenlänge a gespeichert? Sein Mittelpunkt befindet sich im Ursprung und seine Kanten sind parallel zu den Koordinatenachsen ausgerichtet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist er ungeladen.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_x (\cosh\{\alpha y\} \cos\{\omega t - \beta z\} - \sinh\{\alpha y\} \cos\{\omega t - \beta z\}) \quad .$$

im freien Raum. Welcher Zusammenhang besteht zwischen α und β , wenn \vec{E} die homogene Wellengleichung erfüllt?

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Zwei je $m = 1 \text{ kg}$ schwere und mit $Q = 10 \text{ mC}$ geladene Kugeln mit Durchmesser $D = 10 \text{ cm}$ und idealer Leitfähigkeit fliegen aus dem Unendlichen kommend mit den Geschwindigkeiten $v = \pm 100 \text{ m/s}$ direkt aufeinander zu. Werden die beiden Kugeln zusammenstoßen? Begründen Sie Ihre Antwort. Skizzieren Sie außerdem Ladungsträgerdichte, elektrische Feldlinien und Äquipotenziallinien kurz bevor die Kugeln ihre Flugrichtung umkehren. Hinweis: In welchem Abstand der Ladungsschwerpunkte ist die kinetische Energie vollständig in potentielle Energie umgewandelt?

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Ein Medium mit $\varepsilon = 2$ und $\mu = 2$ befindet sich im Halbraum $y \geq 5$. In dem Medium wird das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_z \exp\{i(Ax + By - \omega t)\}$$

gemessen. Wie lautet das magnetische Feld an der strom- und ladungsfreien Grenzfläche im angrenzenden freien Halbraum?

Aufgabe 7 (11 Punkte)

Im Ursprung des Koordinatensystems befindet sich eine Kugel vom Radius ρ_0 . Für $z > 0$ wird sie von der Stromdichte

$$\vec{j} = j_0 \frac{\sqrt{\rho^2 + z^2}^3}{\rho_0^2 \rho^2} z \vec{e}_\Phi$$

(Angaben in Zylinderkoordinaten) durchflossen. Wie lautet die magnetische Induktion \vec{B} bei $\vec{r} = \vec{0}$?

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Ein reales Dielektrikum mit ε, μ, σ grenzt bei $x = 3$ an Luft. Im Dielektrikum ($x \leq 3$) fließt die Stromdichte

$$\vec{j} = j_0 (\vec{e}_x + \vec{e}_y) \sin\{ax\} \cos\{bz - \omega t\} \quad .$$

Welche Ladungsdichte stellt sich an der Grenzfläche ein?

Aufgabe 9 (10 Punkte)

In einem unendlich langem entlang der z -Achse ausgerichteten Zylinder mit Radius ρ_0 herrscht die Stromdichte $\vec{j} = j_0 \exp\{\rho/\rho_0\} \vec{e}_\Phi$. Wie lautet die magnetische Induktion \vec{B} in der Zylindermitte?

Hinweis: $\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$

Aufgabe 10 (8 Punkte)

Die Grenzfläche $y = 0$ liegt zwischen den Medien ε_1, μ_1 ($y \leq 0$) und ε_2, μ_2 . Im Bereich $y \leq 0$ breitet sich eine Welle mit Vektorpotenzial

$$\vec{A} = A_0 \vec{e}_z \exp\{i(ax + by - \omega t)\}$$

aus. Unter welchem Winkel (gemessen gegen die Flächennormale) erfolgt die Ausbreitung des elektrischen Feldes im Bereich $y > 0$?

Aufgabe 11 (10 Punkte)

Eine ebenen Welle mit elektrischer Feldstärke $\vec{E} = E_0 \vec{e}_y \exp\{i(ax + bz - \omega t)\}$ fällt aus dem freien Raum auf die ebene strom- und ladungsfreie Grenzfläche $z = 5$ zum Medium mit Materialgrößen $\varepsilon = 1$ und $\mu = 3$. Wie müssen $a \neq 0$ und $b \neq 0$ zusammenhängen, damit die Welle nicht reflektiert wird?