Klausur Herbst 2005

Aufgabe 1 (2 Punkte)

In Punkt $\vec{r}_1 = (a \cdot \vec{e}_\mathrm{x} + b \cdot \vec{e}_\mathrm{y} + c \cdot \vec{e}_\mathrm{z})$ befindet sich eine Ladung $Q_1 = 2Q_0$. Bestimmen Sie eine weitere Ladung Q_2 so (Position und Grösse), dass die Feldlinien auf der xy-Ebene senkrecht stehen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

In einem Metallrohr mit rechteckigem Querschnitt $a \times b$ wird das Potenzial

$$V = V_0 \sin\left\{\pi \frac{x}{b}\right\} \sinh\{\alpha y\} \sin\left\{\pi \frac{z}{a}\right\}$$

gemessen. Wie muss das Koordinatensystem gewählt werden, damit diese Aussage zutrifft? Welche Bedingung ist an α zu stellen, damit V eine Lösung der Laplacegleichung ist?

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Im Vakuum befinden sich bei $\vec{r} = d \cdot \vec{e}_\mathrm{x}$ eine Punktladung Q_0 und entlang der z-Achse eine Linienladung ϱ_L. Wie lautet das zugehörige elektrostatische Potential und das elektrische Feld im gesamten Raum, wenn $V\{\vec{r} = -d \cdot \vec{e}_\mathrm{x}\}) = 0$ gilt?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

In der xy-Ebene befindet sich eine Scheibe mit Mittelpunkt auf der z-Achse, Radius R und der Stromverteilung $\vec{j}_\mathrm{V} = j_\mathrm{S} \cdot \frac{\varrho}{R} \cdot \delta\{z\}\vec{e}_\phi$. Bestimmen Sie die magnetische Kraftflussdichte auf der z-Achse.

Hinweis:

$$\int \frac{x^3}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \,\mathrm{d}x = \frac{x^2 + 2a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben ist das Vektorpotenzial

$$\vec{A} = A_0 \exp\{i(kx + \beta z - \omega t)\}\vec{e}_{\mathrm{y}}$$

Der Raum lässt sich durch homogene Materialkonstanten μ, ϵ beschreiben. Wie lautet die zugehörige magnetische Induktion $\vec{B}$? Welches elektrische Feld $\vec{E}$ resultiert?

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Wie lautet das magnetische Feld $\vec{B}$ bei $\vec{r} = d \cdot \vec{e}_{\mathrm{z}}$, das von der Stromdichte

$$\vec{j}\{\vec{r}, t\} = j_0 \,\mathrm{rect}\{x/d\}\, \delta\{y\}\, \delta\{z\}\, \mathrm{rect}\{t/t_0\}\vec{e}_{\mathrm{y}}$$

erzeugt wird? Verwenden Sie die quasistatische Näherung.

Hinweis:

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(a^2 + x^2)^{1/2}}$$

Aufgabe 7 (8 Punkte)

An den Punkten $\vec{r}_1 = a \cdot \vec{e}_{\mathrm{x}}$ und $\vec{r}_2 = -a \cdot \vec{e}_{\mathrm{x}}$ befinden sich zwei ortsfeste Punktladungen $Q_1 = Q_2 = Q$. In Punkt $\vec{r}_3 = 3a \cdot \vec{e}_z$ befindet sich eine bewegliche Punktladung mit der Masse m, Ladung $Q_3 = -2Q$ und Geschwindigkeit $\vec{v} = 0$. Bestimmen Sie die Richtung und maximale Geschwindigkeit der beweglichen Punktladung Q_3.

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Welche Bedingung muss an die Koeffizienten des magnetischen Vektorpotenzials

$$\vec{A} = A_0 \cos\{k_{\mathrm{y}} y\} \exp\{i(\beta z - \omega t)\}\vec{e}_{\mathrm{x}}$$

gestellt werden, damit die resultierenden Felder eine Lösung der homogenen Wellengleichung darstellen?

Aufgabe 9 (5 Punkte)

In der Ebene $z = 0$ befindet sich die Flächenladungsdichte $\varrho_S\{x, y\} = \varrho_{S0} \cdot \cos\{x/x_0\} \cdot \exp\{y/y_0\}$. Im Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante ϵ im Halbraum $z < 0$ wird das elektrische Feld $\vec{E} = E_0(\vec{e}_x + \vec{e}_z)$ gemessen. Wie lautet das elektrische Feld an der Grenzfläche im freien Halbraum $z > 0$?

Aufgabe 10 (7 Punkte)

Zwei kreisförmige Leiterschleifen in der xy-Ebene, mit Mittelpunkt auf der z-Achse, mit den Radien $r_1 = a$ und $r_2 = b$ ($r_1 < r_2$) tragen die feste Linenladungsdichte ϱ_{L1} und ϱ_{L2}. Die Schleifen rotieren im Ursprung um die z-Achse mit ω in die gleiche Richtung. Wie muss ϱ_{L2} gewählt werden, damit das magnetische Feld im Ursprung verschwindet.

Aufgabe 11 (3 Punkte)

Im freien Halbraum $y < 0$ befinden sich bei $\vec{r}_1 = -a\vec{e}_x - b\vec{e}_y$ die Ladung $Q_1 = Q$ und bei $\vec{r}_2 = a\vec{e}_x - b\vec{e}_y$ die Ladung $Q_2 = -Q$. An der Stelle $y = 0$ soll $V = 0$ gelten. Bestimmen Sie Ort und Größe zweier weiterer Ladungen im freien Halbraum $y > 0$, so dass die Randbedingung bei $y = 0$ erfüllt ist.

Aufgabe 12 (8 Punkte)

Im Medium mit Brechzahl n_1 breitet sich eine ebene monochromatische Welle mit Kreisfrequenz ω aus und trifft unter dem Einfallswinkel von $\Theta = 80°$ (zum Einfallslot) auf eine Grenzfläche zum Medium mit Brechzahl $n_2 = \frac{1}{2}n_1$. Wie weit dringen die Felder in das Medium mit Brechzahl n_2 ein, bis sie auf $1/\mathrm{e}$ abgefallen sind?

Hinweis: $\cos\{80°\} = 0.17, \quad \sin\{80°\} = 0.98$

Aufgabe 13 (6 Punkte)

In welche Richtung fliegt ein Elektron nachdem es das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \cos^2\left\{\pi\frac{x}{d}\right\} \mathrm{rect}\left\{\frac{x}{d}\right\} \vec{e}_y$$

durchflogen hat, wenn es zuvor die Geschwindigkeit $\vec{v_0} = v_0 \cdot \vec{e}_x$ hatte?

Aufgabe 14 (9 Punkte)

Gegeben ist das magnetische Feld

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} A_m \sin\{m\pi\frac{x}{a}\} + B_m \cos\{m\pi\frac{x}{a}\} \\ 0 \\ i\frac{m\pi}{\beta a}\left(A_m \cos\{m\pi\frac{x}{a}\} - B_m \sin\{m\pi\frac{x}{a}\}\right) \end{pmatrix} \exp\{i(\beta z - \omega t)\}$$

im Halbraum $x < 0$. Der Halbraum wird durch eine Metallwand begrenzt. Die Koeffizienten A_m, B_m und $m \in \mathbb{N}_0$ sind zunächst frei wählbar. Wie lauten die Bedingungen an die Koeffizienten, so dass die Randbedingungen an der Wand erfüllt sind? Berechnen Sie den Flächenstrom unter der Voraussetzung, dass das magnetische Feld im Halbraum $x > 0$ verschwindet.

Aufgabe 15 (5 Punkte)

Wie lautet das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Leistung für eine zirkular polarisierte ebene monochromatische Welle, die im Vakuum unter dem Einfallswinkel Θ (zum Einfallslot) auf eine Grenzfläche zum Medium mit $\epsilon = \mu = 2$ trifft?