

Elektromagnetische Felder und Wellen

Name:

Matrikelnummer:

Klausurnummer:

Aufgabe 1:

Aufgabe 2:

Aufgabe 3:

Aufgabe 4:

Aufgabe 5:

Aufgabe 6:

Aufgabe 7:

Aufgabe 8:

Aufgabe 9:

Aufgabe 10:

Aufgabe 11:

Aufgabe 12:

Aufgabe 13:

Aufgabe 14:

Σ

Σ

Σ

Gesamtpunktzahl:

Note:

Elektromagnetische Felder und Wellen : Klausur 2007-1

Aufgabe 1 (2 Punkte)

In einem verlustlosen Medium der Brechzahl n breitet sich eine ebene Welle gemäß $\exp\{i(\omega t - \vec{k} \circ \vec{r})\}$ aus. Für den Wellenvektor soll $\vec{k} = a\vec{e}_x + 2\pi b\vec{e}_y$ gelten. Berechnen Sie a als Funktion von b und n .

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Welche Energiedichte ist im elektrischen Feld der Welle $\vec{H} = H_0 \exp\{i(\omega t - \vec{k} \circ \vec{r})\}\vec{e}_z$ mit $\vec{k} = a\vec{e}_x - ib\vec{e}_y$ gespeichert, wenn sie in einem unmagnetischen Medium der Brechzahl n läuft?

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Im Bereich $|x| < a$ und $0 < y < b$ befindet sich ein Rechteckhohlleiter mit ideal leitenden Wänden unendlicher Ausdehnung in z -Richtung. In diesem Hohlleiter wird folgende Feldverteilung gemessen:

$$\begin{aligned}\vec{H} &= H_x \cdot \vec{e}_x + H_y \cdot \vec{e}_y \\ H_x &= A_0 \cdot L \cdot \sin\{K \cdot x\} \cdot \cos\{L \cdot y\} \cdot \exp\{i(\omega t - \beta z)\} \\ H_y &= -A_0 \cdot K \cdot \cos\{K \cdot x\} \cdot \sin\{L \cdot y\} \cdot \exp\{i(\omega t - \beta z)\}\end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Mindestgrößen von K und L .

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Ein unendlich ausgedehnter Plattenkondensator besitzt ein inhomogenes Dielektrikum mit $\varepsilon = \exp\{\frac{x}{a}\}$. Auf den Platten sind die Potentiale $V\{x=0\} = 0$ und $V\{x=d\} = V_0$ eingeprägt. Es gilt für die Raumladung $\rho_v = 0$. Wie lautet die Laplace- bzw. Poissongleichung in der Anordnung? Berechnen Sie den Potenzialverlauf im Kondensator.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Wie lautet die magnetische Feldstärke zu dem elektrischen Feld $\vec{E} = h\{\omega t - \vec{k} \circ \vec{r}\}(E_x, E_y, E_z)^T$ mit $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)^T$ unter der Voraussetzung, dass h eine stetig differenzierbare Funktion ist?

Aufgabe 6 (8 Punkte)

In einem Hohlleiter (y -Ausdehnung: b , z -Ausdehnung: c) wird folgende Feldverteilung gemessen:

$$\vec{E} = E_0 \sin \left\{ n \cdot \pi \frac{y}{b} \right\} \cdot \sin \left\{ p \cdot \pi \frac{z}{c} \right\} \cdot \exp\{i(\omega t - \beta x)\} \cdot (\vec{e}_z - \vec{e}_y)$$

Bei $x = \frac{b}{2}$ und $z = \frac{2c}{3}$ wird ein gerader infinitesimal dünner, ideal leitfähiger Draht in y -Richtung orientiert eingefügt. Welche Konsequenz hat dies für n und p ? Bestimmen Sie die minimale Kreisfrequenz ω des Feldes.

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Gegeben ist im Bereich $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $-\infty \leq z \leq \infty$ das Vektorfeld

$$\vec{H} = (H_x \vec{e}_x + H_y \vec{e}_y + H_z \vec{e}_z) \cos \{\omega t - k_z z\}$$

mit

$$H_x = H_0 \sin \{k_x x\} \cos \{k_y y\}, H_z = 0.$$

Finden Sie ein H_y für das \vec{H} die Maxwellgleichungen (inklusive der Wellengleichung) erfüllt und überprüfen Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Eine ebene Welle fällt aus dem Medium 1 mit Brechzahl n_1 auf eine Schicht der Brechzahl $n_2 > n_1$ und Schichtdicke d , die Ihrerseits durch Luft begrenzt ist. In der Luft soll sich keine Welle von der Grenzfläche wegbewegen. In welchem Bereich muss dazu der Einfallswinkel liegen?

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Ein doppelt geschirmtes Koaxialkabel idealer Leitfähigkeit ist wie folgt aufgebaut:

Innenleiter	$0 < r < a$	
erste Abschirmung	$b < r < c$	$(b > a)$
zweite Abschirmung	$d < r < e$	$(d > c)$

In der ersten Abschirmung fließt der Strom I in positiver z -Richtung, auf der zweiten Abschirmung wird der dreifache Strom in negativer z -Richtung eingepreßt, zwischen dem Innenleiter und der ersten Abschirmung wird die Spannung U gemessen und zwischen den beiden Abschirmungen $2U$. Bestimmen sie den Poyntingvektor zwischen den Leitern ($c < r < d$ und $a < r < b$) und den Strom auf dem Innenleiter, wenn der Bereich $r > e$ feldfrei ist.

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Ein angeschliffener Saphirkristall mit den Materialkonstanten $n = 1.768$ und $\mu = 1$ wird von eine Welle mit

$$\vec{E} = (\exp \{i(\omega t - kz)\}) (E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y).$$

bestrahlt. Der Kristall ist so angeschliffen, dass das am Kristall reflektierte Licht linear polarisiert ist und diese Polarisation mit einer Achse des Koordinatensystems übereinstimmt. Entlang welcher Achse ist dieses Licht polarisiert? Welcher Einfallswinkel α ist zu wählen? Welches μ müsste der Kristall haben, damit auch unter demselben Einfallswinkel α keine der beiden einfallenden Polarisationen reflektiert wird? Nehmen sie hierbei an, dass ε bei Änderung von μ konstant bleibt.

Aufgabe 11 (6 Punkte)

Die ebene Welle $\vec{E} = E_0 \exp\{i(\omega t - \vec{k} \circ \vec{r})\} \vec{e}_x$ mit $\vec{k} = k_2 \vec{e}_y + k_3 \vec{e}_z$ fällt auf die Grenzfläche $z = h$ zwischen zwei unmagnetischen Medien. Die Amplitude der transmittierten magnetischen Feldstärke ist genauso groß wie die des reflektierten Feldes. Welche relative Dielektrizitätskonstante hat das Medium, an dem die Welle reflektiert wird? Die einfallende Welle läuft in einem Medium mit der Brechzahl n .

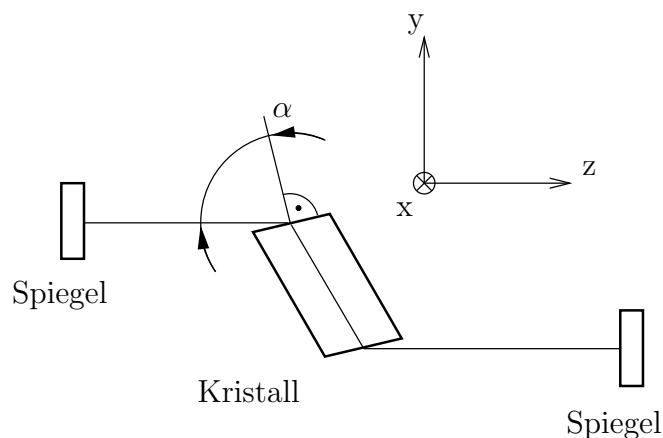


Abbildung 1: Saphirkristall und einfallendes Licht.

Aufgabe 12 (10 Punkte)

Durch ein \vec{B} -Feld wird ein geladenes Teilchen der Masse m und Ladung q auf einer Kreisbahn von Radius R gehalten. Das Teilchen bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega} = \omega \cdot \vec{e}_z$. Wie gross ist \vec{B} ?

Aufgabe 13 (7 Punkte)

Ein unendlich ausgedehnter flächiger Halbleiter/Halbleiter-Übergang besteht aus zwei leitfähigen Materialien. Das Material im Bereich $0 \leq x \leq i$ hat die spezifische Leitfähigkeit σ_1 und die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_1 , im Bereich $i \leq x \leq d$ gilt σ_2 sowie ϵ_2 . Das Potenzial ist in den Punkten $V\{x=0\} = 0$ und $V\{x=d\} = V_0$ vorgegeben. In diesen Punkten existiert keine Flächenladung. Die Bereiche mit $0 \leq x < i$ und $i < x \leq d$ sind raumladungsfrei. Berechnen Sie den Potenzialverlauf im Bereich $0 \leq x \leq d$. Bestimmen Sie die Flächenladungsdichte ρ_S in der Ebene $x = i$.

Aufgabe 14 (10 Punkte)

Zwei kreisförmige Leiterschleifen vom Radius R sind coaxial im Abstand d zueinander angeordnet. In einer Schleife fließt der Strom I . Welcher Strom muss in der anderen Schleife fließen, wenn diese mit der Kraft F abgestoßen wird?