

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Im freien Raum wird das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \left(\frac{x}{a} \right)^2 \vec{e}_y$$

gemessen. Wie groß ist die elektrische Ladung in einem würfelförmigen Raumbereich der Kantenlänge a

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Gegeben ist in einem linearen Dielektrikum die Dielektrizitätszahl ε sowie das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_x \exp\{\mathrm{i}\omega t\} .$$

Wie gross ist die Polarisationsstromdichte \vec{j}_{pol} ?

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Ein Kugelkondensator besteht aus einer kugelförmigen Elektrode mit Radius a und einer äußeren Elektrode mit Radius b . Zwischen den Elektroden befindet sich bis zu einem Radius c ($a < c < b$) ein Dielektrikum mit $\varepsilon_1 = 2$ und anschließend $\varepsilon_2 = 4$ mit ladungsfreier Grenzfläche bei c . Die innere Elektrode trägt die Ladung Q . Wie gross ist die Potenzialdifferenz zwischen den Elektroden?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Im freien Raum befindet sich im Bereich

$$-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \quad (1)$$

$$0 \leq y \leq b \quad (2)$$

$$-2c \leq z \leq 0 \quad (3)$$

die Raumladungsdichte

$$\varrho_V = \varrho_0 \cdot x \cdot \left(y - \frac{b}{2} \right) \cdot (z + c) \cdot \left(\delta\left\{x + \frac{a}{2}\right\} \delta\{y\} \delta\{z + 2c\} + \delta\left\{x - \frac{a}{2}\right\} \delta\{y - b\} \delta\{z\} \right)$$

Wie lautet die zugehörige elektrische Feldstärke \vec{E} ?

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Der Halbraum 1 ($x < 0$) habe die relative Dielektrizitätszahl ε_1 und die Leitfähigkeit σ_1 , in Halbraum 2 ($x \geq 0$) gelte ε_2 sowie σ_2 . In Halbraum 1 beträgt die statische Stromdichte $\vec{j}_1 = j_x \vec{e}_x + j_y \vec{e}_y$. In welchem Verhältnis müssen die Materialkonstanten σ und ε stehen, damit die Grenzfläche ladungsträgerfrei ist? Wie groß ist unter diesen Voraussetzungen die Stromdichte \vec{j}_2 im Halbraum 2?

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Durch die Reflexion einer zirkular polarisierten Welle an der Grenzfläche zwischen zwei unmagnetischen Medien bei $x = 5$ entsteht eine linear polarisierte Welle. Für Medium 1 ($x < 5$) gilt $n_1 = 1$, für Medium 2 ($x > 5$) $n_2 = 2$. Bestimmen sie die Größe des reflektierten Anteils der Welle.

Aufgabe 7 (5 Punkte)

In einem Medium mit $\varepsilon = 1$ und $\mu = 10$ herrscht das Magnetfeld

$$\vec{B} = B_0 \frac{a}{\rho} \cos\{2\pi f t\} \vec{e}_z .$$

Wie groß ist der Wert von

$$\oint \vec{E} \circ d\vec{\ell} ,$$

wenn der Integrationsweg durch

$$\rho = b, \quad \varphi \in \{0, 2\pi\}, \quad z = c$$

beschrieben wird?

Aufgabe 8 (6 Punkte)

In einem Medium mit den Materialkonstanten μ und ε herrscht das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \exp \left\{ i \left(\omega t - k \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \right\} \vec{e}_x .$$

Wie groß ist \vec{H} ?

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Das Zentrum einer rotierenden Scheibe mit Radius R und homogener Oberflächenladung ϱ_S befindet sich auf der z -Achse bei $z = 2a$. Sie rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{e}_z$. Bestimmen Sie das magnetische Feld auf der z -Achse.

Hinweis:

$$\int \frac{t^2}{(t^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} dt = -\frac{t}{\sqrt{t^2 + a^2}} + \ln \left\{ t - \sqrt{t^2 + a^2} \right\}$$

Aufgabe 10 (8 Punkte)

In einem homogenen Medium herrscht das elektrische Feld

$$\vec{E}_1 = E_0 \sin\left\{5\pi \frac{x}{a}\right\} \cos\left\{2\pi \frac{y}{b}\right\} \cos\{\omega t - \beta z\} \vec{e}_y .$$

Das Medium wird durch die Materialkonstanten ε_1 und μ_1 charakterisiert. Bei $x = 0.8a$ schließt sich ein Medium mit ε_2 und μ_2 an. Bestimmen Sie \vec{E}_2 und \vec{B}_2 an der strom- und ladungsfreien Grenzfläche im angrenzenden Medium.

Aufgabe 11 (11 Punkte)

Gegeben ist das elektrische Feld

$$\vec{E} = (E_r \{r, \theta\} \vec{e}_r + E_\theta \{r, \theta\} \vec{e}_\theta) \exp \{i(\omega t - kr)\} .$$

Die Komponenten $E_r \{r, \theta\}$ und $E_\theta \{r, \theta\}$ seien reell. Die zeitgemittelte Leistung, die durch eine Halbkugeloberfläche mit Radius R geht, soll bestimmt werden. Welche Komponente von \vec{H} muss dafür bestimmt werden? Wie resultiert diese Komponente aus \vec{E} ? Wie lautet der Integralausdruck (mit Integrationsgrenzen) für die Leistung?

Aufgabe 12 (11 Punkte)

Im Zentrum der $x-y$ -Ebene befindet sich eine ringförmige unendlich dünne Linienladung mit der Ladung ϱ_L und dem Durchmesser $2a$. Bestimmen Sie das dadurch erzeugte elektrische Feld auf der z -Achse.

Aufgabe 13 (9 Punkte)

Zwei homogene Medien stoßen bei $y = b$ aneinander. Im Bereich $y \geq b$ läuft eine Welle mit der magnetischen Feldstärke

$$\vec{H}_2 = H_0 \exp\{i3k_0y\} \exp\{i4k_0z\} \exp\{i\omega t\} \vec{e}_x .$$

Die Brechzahl im Bereich $y < b$ ist $n = \sqrt{17}$. Im gesamten Raum gilt $\varepsilon = 1$. Wie lautet die magnetische Feldstärke \vec{H}_1 im Bereich $y < b$?