

Elektromagnetische Felder und Wellen

Name:

Matrikelnummer:

Klausurnummer:

Aufgabe 1:

Aufgabe 2:

Aufgabe 3:

Aufgabe 4:

Aufgabe 5:

Aufgabe 6:

Aufgabe 7:

Aufgabe 8:

Aufgabe 9:

Aufgabe 10:

Aufgabe 11:

Aufgabe 12:

Σ

Σ

Σ

Gesamtpunktzahl:

Note:

Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2008-1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

In einem unmagnetischen Medium mit Brechzahl n_1 läuft die Welle

$$\vec{E} = E_0 \exp\{i(\omega t - \beta z)\} J_0\{\sqrt{k^2 - \beta^2} \rho\} \vec{e}_\rho \quad .$$

Dabei ist J die Besselfunktion und die Beschreibung der Welle erfolgt in einem konzentrischen Zylinderkoordinatensystem. Wie groß ist das elektrische Feld der Welle an der ungeladenen Grenzfläche im angrenzenden unmagnetischen Medium der Brechzahl n_2 , wenn die Grenzfläche durch $\rho = a$ beschrieben wird?

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine ebene Welle mit der Winkelfrequenz ω trifft im Medium mit μ_1 senkrecht auf eine Grenzfläche bei $z = c$. Die Wellenzahl der einfallenden Welle ist k_1 , die Wellenzahl der transmittierten Welle ist k_2 . Das an der Grenzfläche reflektierte Feld H ist betragsmäßig halb so groß, wie das einfallende Feld. Wie groß ist ε_2 im Bereich der transmittierten Welle?

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Eine ebene Welle fällt in der $y - z$ -Ebene unter dem Winkel θ (gemessen gegen die z -Achse) auf die Grenzfläche $z = 0$. Die Welle mit der Kreisfrequenz ω befindet sich in einem Medium mit $\mu_1 = 2$ und $\varepsilon_1 = 1$. Im angrenzenden Medium gilt $\mu_2 = 1$ und $\varepsilon_2 = 2$. Wie groß sind jeweils die Brechzahlen der Medien? Wie groß ist der Reflexionsfaktor der Welle für den Fall, dass sie bezüglich der Grenzfläche rein TE oder rein TM polarisiert ist?

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Es herrscht das Potential $V\{\vec{r}\} = V_0 G\{x\}$ mit zugehöriger Raumladung $\rho\{\vec{r}\}$. Reicht es allgemein, die Raumladung $\rho\{\vec{r}\}$ mit einem Faktor $H\{y\}$ zu multiplizieren, um das Potential $\tilde{V}\{\vec{r}\} = V_0 G\{x\} H\{y\}$ zu erzeugen? Begründen Sie Ihre Aussage (Rechnung). Nur eine einfache Antwort ja/nein wird nicht gewertet.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Zwei unendlich lange koaxiale Kreiszyylinder tragen die Oberflächenladung ϱ_S bzw. $-\varrho_S$. Die Spannung zwischen dem inneren und dem äußeren Zylinder ist U . Welchen Innenradius hat der äußere Zylinder, wenn der Radius des inneren Zylinders a ist? Der Raum zwischen den beiden Zylindern ist mit einem Dielektrikum ε gefüllt.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Gegeben ist ein unendlich dünner Stab der Länge L symmetrisch zum Ursprung. Im Bereich $-L/2 < z < L/2$ sitzt auf dem Stab die Ladung $\rho_0 (2z/L)^5$. Der übrige Raum ist ungeladen. Welche Dimension hat ρ_0 ? Wie ist das Dipolmoment des Stabes mit Bezug auf den Koordinatenursprung?

Aufgabe 7 (10 Punkte)

Im freien Raum befindet sich eine kugelförmige Raumladungsverteilung vom Radius a . Ihre Ladungsdichte kann durch

$$\varrho_V = \varrho_0 r^3$$

beschrieben werden. Wie lautet das elektrische Feld im gesamten Raum?

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Es gilt in Zylinderkoordinaten das magnetische Vektorpotenzial

$$\vec{A}(t, \vec{r}) = A_0 \operatorname{arcsinh} \left\{ \sqrt{(ct/\rho)^2 - 1} \right\} \vec{e}_z \quad .$$

Das gegebene Vektorpotenzial rührt von einem Stromfaden bei $\rho = 0$ her. Berechnen Sie die Stromstärke I im Stromfaden, die ab $t = 0$ fließt. Setzen Sie voraus, dass die Zeitableitung der dielektrischen Verschiebung gegenüber der Stromdichte vernachlässigbar klein ist.

Hinweis: $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \operatorname{arcsinh} \{x/a\}$.

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Eine ebene Welle fällt auf die Grenzfläche $2x + y = 3$ zwischen zwei homogenen Medien. Die Welle läuft in y -Richtung, ihr elektrisches Feld weist zu gleichen Teilen in x - und z -Richtung.

Wie groß ist die magnetische Feldstärke \vec{H} des bezüglich der Grenzfläche TM-polarisierten Anteils?

Aufgabe 10 (8 Punkte)

Von einer Kugel mit Radius a geht das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}) = E_0 (a/r)^2 \vec{e}_r$ aus. Die Kugel sitzt mit Mittelpunkt im Koordinatenursprung, ihr Inneres ist ladungsfrei. Berechnen Sie das Potential der Kugel gegenüber einem unendlich vom Ursprung entfernten Punkt. Wie groß ist die auf der Kugel gespeicherte Ladung? In welchem Verhältnis stehen Potential und Ladung zueinander?

Aufgabe 11 (10 Punkte)

Das zeitlich gemittelte Potenzial des Wasserstoffatoms kann in guter Näherung durch

$$V = q \frac{1}{r} \left(1 + \frac{r}{a} \right) \exp \left\{ -\frac{2r}{a} \right\}$$

approximiert werden. Dabei entspricht a dem Bohrschen Radius. Welche äquivalente Raumladungsverteilung würde dieses Potenzial erzeugen?

Aufgabe 12 (9 Punkte)

Ein dünner Draht ist zu einem Kreis mit Radius R gebogen und gleichförmig aufgeladen. Der Draht trägt die Gesamtladung Q . Skizzieren Sie die Anordnung und zeichnen Sie die Einheitsvektoren in einem angepassten Koordinatensystem ein. Wie lautet die Raumladungsdichte? Wie lautet das elektrische Potential $V(\vec{r})$ bis auf eine Winkelintegration.

Wie lautet das Potential auf einer Geraden, die durch das Zentrum der Schleife geht und die senkrecht zur Schleifenebene verläuft?