

Elektromagnetische Felder und Wellen

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 1:

Aufgabe 2:

Aufgabe 3:

Aufgabe 4:

Aufgabe 5:

Aufgabe 6:

Aufgabe 7:

Aufgabe 8:

Aufgabe 9:

Aufgabe 10:

Aufgabe 11:

Aufgabe 12:

Aufgabe 13:

Aufgabe 14:

Aufgabe 15:

Σ

Σ

Σ

Gesamtpunktzahl:

Note:

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Eine Welle werde durch $\vec{H} = H_0 \exp\{i(\omega t - ay + bz)\}\vec{e}_x$ beschrieben. Wie müssen a und b gewählt werden, damit alle Maxwellgleichungen in einem Medium mit ε und μ erfüllt sind?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

In einem Raumgebiet wird die magnetische Feldstärke $\vec{H} = H_0(\sin\{by\}\vec{e}_x + \cos\{by\}\vec{e}_y)$ gemessen. Welche Stromdichteverteilung hat das Feld hervorgerufen?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Eine dünne metallische Kreisscheibe mit Radius R liegt in der Ebene $z = 0$. Sie rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω um ihre Achse und befindet sich in einem achsparallelen homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$, wie in Abb. 1 skizziert ist. Sammeln sich die Elektronen auf dem Rand oder an der Achse der Scheibe? Welche elektrische Spannung wird zwischen Scheibenrand und -achse im Gleichgewicht induziert?

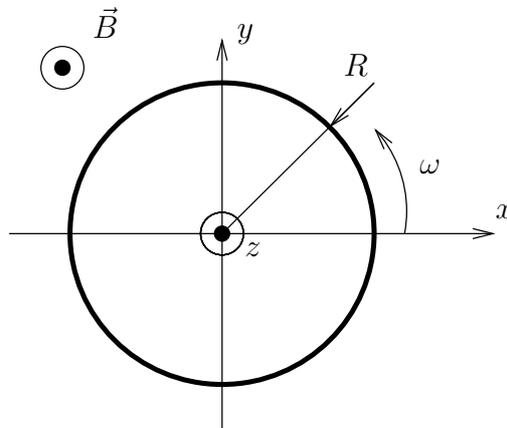


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Kreisscheibe.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Die Grenzfläche zwischen zwei homogenen dielektrischen unmagnetischen Medien ist eben. Ihre Brechzahlen sind n_1 und n_2 . Aus Medium 1 fällt eine ebene Welle unter dem Winkel θ_{in} gegen die Flächennormale auf die Grenzfläche. Wie lauten die Wellenzahlvektoren der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle?

Aufgabe 5 (5 Punkte)

In einen magnetfeldfreien Raumgebiet existiert ein statisches elektrisches Feld \vec{E} . Die Komponenten E_x und E_y werden beschrieben durch

$$E_x = A \cdot y, \quad E_y = A \cdot x$$

Von welchen Variablen hängt E_z ab?

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Zwei Punktladungen mit identischer Ladung Q und Masse m sind an zwei Fäden der Länge l wie in der Skizze dargestellt aufgehängt. Die Fäden sind masselos. Die Anordnung ist der Erdanziehung mit der Fallbeschleunigung g ausgesetzt. Welcher (kleine) Winkel α stellt sich zwischen einem Faden und der Senkrechten ein?

Hinweis: Für kleine Argumente $|x| \ll 1$ gilt vereinfacht: $1 - \cos\{x\} \approx x^2/2$ sowie $\sin\{x\} \approx x$

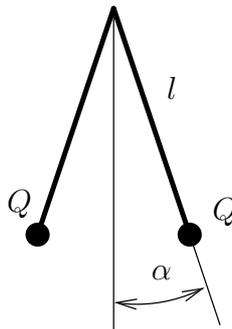


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Fadenpendels.

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Beim Schweißen wird kurzzeitig ein Lichtbogen mit Stromdichte $\vec{j} = j_0 \exp\left\{i\omega t - \frac{x^2+y^2}{R^2}\right\} \vec{e}_z$ gezündet. Das Plasma, das den Lichtbogen trägt, habe die Leitfähigkeit σ . Wie lautet das induzierte Magnetfeld im Bereich des Lichtbogens?

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Zwei identische gerade Elektronenstrahlen mit vernachlässigbarem Querschnitt propagieren im Vakuum parallel zueinander im Abstand D . Jeder Strahl stellt einen Strom I dar und besitzt eine konstante lineare Ladungsträgerdichte ρ_L .

Mit welcher Geschwindigkeit müssen sich die Elektronen bewegen, damit die elektrischen und magnetischen Kräfte im Gleichgewicht sind? (Annahme: Alle Elektronen besitzen die gleiche Geschwindigkeit)

Aufgabe 9 (7 Punkte)

Berechnen Sie das skalare elektrische Potential auf der z -Achse, welches von einer homogen mit insgesamt Q geladenen dünnen Kreisscheibe mit Radius a erzeugt wird. Die Achse der Scheibe liegt parallel zur z -Achse, der Schwerpunkt der Scheibe liegt im Koordinatenursprung. Das zu bestimmende Potential soll so normiert sein, dass es für unendlich vom Ursprung entfernte Punkte verschwindet.

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Die Ebene $z = a$ stellt die Grenzfläche zwischen zwei homogenen, ideal isolierenden, unmagnetischen Medien mit relativen Dielektrizitätszahlen ε_1 und ε_2 dar. Das Medium 1 sei im Bereich $z < a$. In den Medien werden ebene Wellen durch eine Flächenladung $\rho_S\{z = a\} = \rho_{S0} \exp\{i(\omega t - by)\}$ erzeugt, die von der Ebene wegläufen. Wie lauten die Wellenzahlvektoren der erzeugten Wellen?

Aufgabe 11 (8 Punkte)

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei parallel zueinander stehenden kreisrunden metallischen Platten mit Radius a bei $z = 0$ und $z = b$. Auf den Platten sind die Potentiale $V\{z = 0\} = V_0$ und $V\{z = b\} = 0$ eingeprägt. Zwischen den Platten befindet sich ein Dielektrikum mit ε und der Leitfähigkeit $\sigma = c_1\sigma_0/(z + b)^2$. Randfelder können vernachlässigt werden.

Welche Annahme kann über die Stromdichte \vec{j} gemacht werden? Berechnen Sie das elektrische Feld \vec{E} , die Stromdichte \vec{j} und die Dichte freier Ladungen zwischen den Platten.

Aufgabe 12 (7 Punkte)

Gegeben ist der in Abbildung 3 dargestellte quadratische Rohrquerschnitt. Im Rohr sei $V\{x, y\} = V_0 \sin\{Ax\} \cos\{By\}$. Welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit $V\{x, y\}$ eine Lösung der Laplacegleichung ist? Wie groß sind A und B ? Wie lautet das Potential bei $y = -a$?

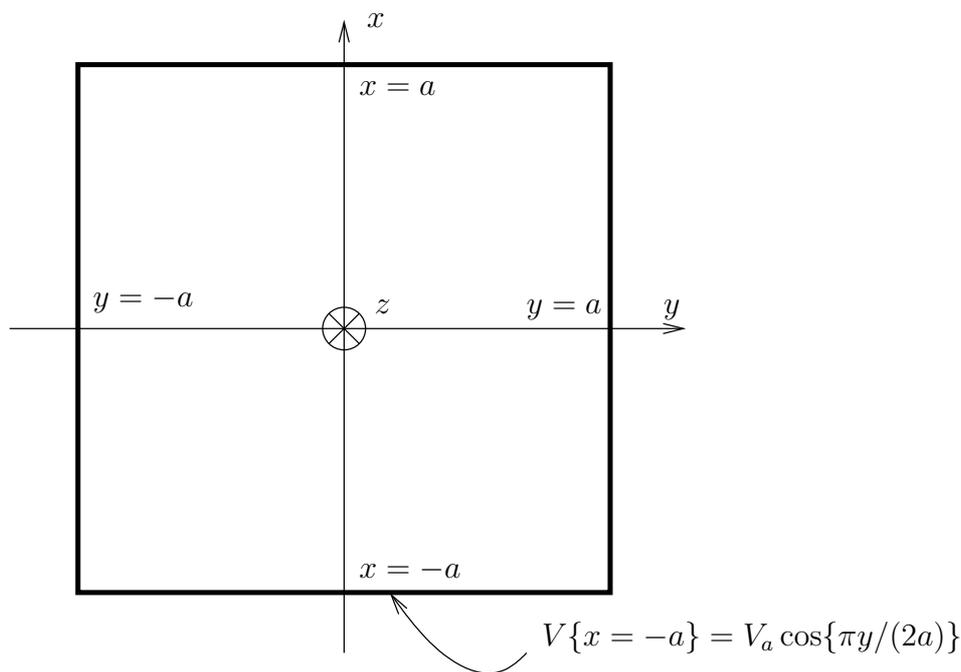


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Rohrquerschnitts.

Aufgabe 13 (8 Punkte)

Eine ebene Welle fällt aus dem unmagnetischen homogenen Medium mit Brechzahl $n_1 = 2$ senkrecht auf die ebene Grenzfläche zum homogenen Medium mit $\varepsilon = 2$ und $\mu = 2$. Wie groß ist die Brechzahl des Mediums 2? Welche Größe haben die elektrische und magnetische Feldstärke \vec{E} und \vec{H} im angrenzenden Medium an der Grenzfläche?

Aufgabe 14 (12 Punkte)

Eine linear polarisierte elektromagnetische Welle fällt aus dem Vakuum unter einen Winkel von 45° auf ein homogenes unmagnetisches dielektrisches Material mit Brechungsindex $n = 2$. Die Welle ist so polarisiert, dass die \vec{E}_{TE} und \vec{E}_{TM} Komponenten des elektrischen Feldes gleich stark sind.

- Wie ist das Verhältnis zwischen den Amplituden \vec{E}_{TE} und \vec{E}_{TM} für die reflektierte Welle?
- Wie lautet dieses Verhältnis für die transmittierte Welle?

Aufgabe 15 (8 Punkte)

Gegeben ist eine elektromagnetische Welle im Vakuum mit dem E-Feld

$$\vec{E} = -iE_0 \exp\{i(\omega t - kz)\}\vec{e}_x + 2E_0 \exp\{i(\omega t - kz)\}\vec{e}_y \quad .$$

Wie ist die Welle polarisiert (linear, zirkular, elliptisch)? Wie lautet das zugehörige \vec{H} -Feld und wie ist der komplexe Poytingvektor \vec{S} ? Die Welle trifft bei $z = 0$ auf den ideal elektrisch leitfähigen Halbraum ($z > 0$) und wird reflektiert. Bestimmen Sie das reflektierte elektrische Feld.