

# Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2009-2

Name :

Vorname :

Matrikelnummer :

Aufgabe 1:	Aufgabe 2:	Aufgabe 3:	$\Sigma$
Aufgabe 4:	Aufgabe 5:	Aufgabe 6:	$\Sigma$
Aufgabe 7:	Aufgabe 8:	Aufgabe 9:	$\Sigma$
Aufgabe 10:	Aufgabe 11:	Aufgabe 12:	$\Sigma$
Aufgabe 13:	Aufgabe 14:		$\Sigma$

Gesamtpunktzahl:

Ergebnis:

Bemerkungen:

## Aufgabe 1 (3 Punkte)

Im Raumbereich  $z > 0$  existiert die elektrische Feldstärke

$$\vec{E} = E_0(1.5 \cos\{nk_0z\} + i0.5 \sin\{nk_0z\}) \exp\{i\omega t\} \vec{e}_y \quad .$$

Welche Brechzahl  $n$  hat das unmagnetische Medium in diesem Bereich, wenn es bei  $z = 0$  an den freien Raum grenzt?

## Aufgabe 2 (3 Punkte)

Eine positive Punktladung  $Q$  sitzt an der Stelle  $\vec{r}_1 = a\vec{e}_y$  und eine negative Punktladung  $-Q$  an der Stelle  $\vec{r}_2 = -a\vec{e}_y$ .

Berechnen Sie das elektrische Feld in der Ebene  $y = 0$ .

### Aufgabe 3 (6 Punkte)

In einem Vulkan steigt eine  $1 \text{ m}^3$  große Gasblase mit  $1 \text{ m/s}$  aus dem Magma auf. Die Gasblase ist mit  $10^{-6} \text{ As/m}^3$  geladen. Der Vulkan sitzt am Äquator wo ein Erdmagnetfeld von  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_\theta$  mit  $B_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Vs/m}^2$  herrscht. Wie groß ist die Kraft (Betrag und Richtung), welche die Blase ablenkt?

Hinweis: Der Winkel  $\theta$  wird gegen die Drehachse gemessen.

### **Aufgabe 4** ( 3 Punkte)

Die ungeladene Grenzfläche zwischen zwei Medien mit  $\varepsilon_1 = \varepsilon$  und  $\varepsilon_2 = -\varepsilon$  ist bei  $z = 0$ . Welche Größe hat die elektrische Feldstärke  $\vec{E}_2$  an der ungeladenen Grenzfläche, wenn das erzeugende elektrische Feld im angrenzenden Medium  $\vec{E}_1 = E_0(\vec{e}_x + \vec{e}_z)$  lautet?

### Aufgabe 5 (4 Punkte)

Eine Stange mit vernachlässigbarem Querschnitt und dem Widerstand  $R$  schließt den rechteckigen Stromkreis, wie in Abbildung 1 dargestellt. Der Widerstand der anderen drei Seiten des Stromkreises ist vernachlässigbar. Ein statisches, homogenes Magnetfeld  $\vec{B}$  ist senkrecht zur Stromkreisebene ausgerichtet.

Berechnen Sie den Spannungsabfall über den Stab, wenn dieser sich mit einer konstanten Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt.

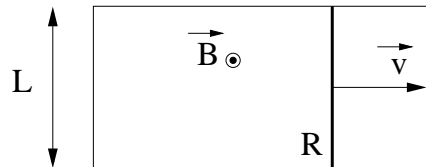


Abbildung 1: Schematische Darstellung.

## Aufgabe 6 (7 Punkte)

Ein Medium besitzt die Plasmafrequenz  $\omega_c$  und die genäherte relative Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon = 1 - (\omega_c/\omega)^2$ . Eine ebene Welle mit  $\vec{E}\{\vec{r}\} = E_0 \exp\{i(\omega t - k_x x)\} \vec{e}_y$  breitet sich im Medium aus. Wie lautet das zugehörige Feld  $\vec{H}\{\vec{r}\}$ ? Wie muss  $\omega$  gewählt werden, damit Energie durch das Medium transportiert wird?

**Aufgabe 7** ( 5 Punkte)

Welchen Polarisationszustand hat die Welle mit der magnetischen Feldstärke

$$\vec{H} = H_0(2\vec{e}_x + (1 + i\sqrt{3})\vec{e}_y) \exp\{i(\omega t + 3k_0 z)\} \quad ?$$



**Aufgabe 8** ( 6 Punkte)

Eine Ladungsverteilung kann beschrieben werden durch eine unendliche Menge von Punktladungen mit dem Index  $n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots, +\infty$ ), die sich auf der  $x$ -Achse befinden.

Die Ladung und Position ist für jedes  $n$  als

$$q_n = \left(\frac{1}{8}\right)^n Q \quad \text{und} \quad x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n a$$

mit den Konstanten  $a$  und  $Q$  gegeben. Berechnen Sie das elektrische Feld  $\vec{E}$  im Ursprung des Koordinatensystems.

## Aufgabe 9 (8 Punkte)

Eine ebene Welle trifft im Medium mit  $\mu_1$  senkrecht auf eine Grenzfläche bei  $z = a$ . Die Wellenzahl der einfallenden Welle ist  $k_1$ , die Wellenzahl der transmittierten Welle ist  $k_2 > k_1$ . Das an der Grenzfläche reflektierte Feld  $H$  ist betragsmäßig halb so groß, wie das einfallende Feld. Wie groß ist  $\mu_2 < \mu_1$  im Bereich der transmittierten Welle?

**Aufgabe 10** ( 8 Punkte)

Eine Welle mit elektrischem Feld

$$\vec{E} = E_0(2\vec{e}_x + \sqrt{2}\vec{e}_y - \sqrt{2}\vec{e}_z) \exp\{i(\omega t - \vec{k}_{\text{in}} \circ \vec{r})\}$$

breitet sich mit dem Wellenzahlvektor  $\vec{k}_{\text{in}} = (\vec{e}_y + \vec{e}_z)n_1 k_0 / \sqrt{2}$  im Medium 1 mit  $\mu_1 = 12$ ,  $\varepsilon_1 = 3$  aus. Wie lautet das Feld der reflektierten Welle, wenn bei  $z = 0$  ein Medium mit  $\mu_2 = 3$ ,  $\varepsilon_2 = 12$  angrenzt?

**Aufgabe 11** ( 8 Punkte)

In der isolierenden Wandung eines unendlichen langen Hohlzylinders, mit dem Radius  $R$  und der Wanddicke  $\delta$ , befindet sich eine homogen verteilte Ladung der Dichte  $\rho_v$ . Der Hohlzylinder rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die Zylinderachse. Bestimmen Sie das magnetische Feld  $\vec{H}$  als Funktion von  $\omega$  im Bereich **1** unter Berücksichtigung, dass  $\delta \ll R$  ist.

Hinweis: Im Bereich **2** existiert kein magnetisches Feld.

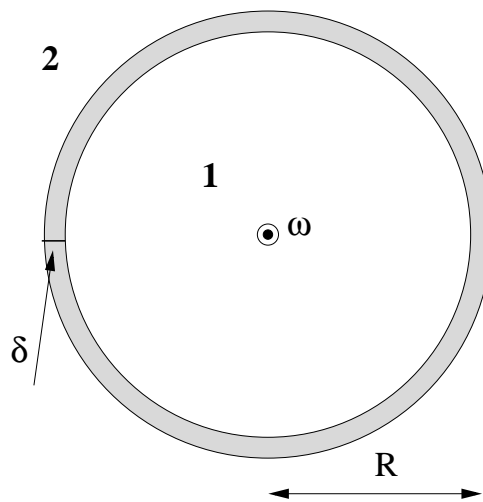


Abbildung 2: Schematische Darstellung.

### Aufgabe 12 (10 Punkte)

Eine Drahtschleife in Form eines gleichschenkligen Dreiecks wird von einem Strom  $I$  durchflossen. Die Länge der Schenkel ist  $s$ . Für den Abstand  $a$  zwischen Zentrum und einem Schenkel gilt  $a = s \cdot \sqrt{3}/3$ . Bestimmen Sie die magnetische Feldstärke im Zentrum des Dreiecks.

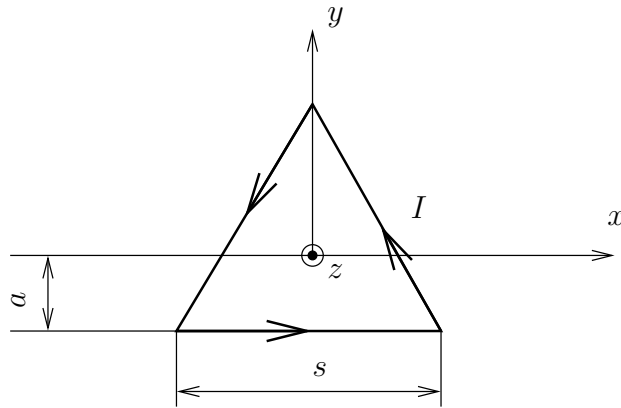


Abbildung 3: Schematische Darstellung des gleichschenkligen Dreiecks.

**Aufgabe 13** ( 9 Punkte)

Die Welle

$$\vec{H} = H_0 \exp\{i(\omega t - (3x - 4y)k_0)\}(4\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)$$

fällt bei  $y = -2\pi/k_0$  auf die ebene Grenzfläche zu einem Medium mit Brechzahl 2.4. Beide Medien sind unmagnetisch. In welchem Verhältnis stehen die zur Grenzfläche tangentialen Komponenten des  $\vec{H}$  Feldes der reflektierten zur einfallenden Welle an der Grenzfläche?

**Aufgabe 14** (10 Punkte)

Eine Ladungsverteilung ist gegeben durch

$$\rho_v(\vec{r}') = \left( \frac{x'y' + az'}{a^5} \right) Q \quad \text{mit} \quad \begin{cases} -a < x' < a \\ -a < y' < a \\ -a < z' < a \end{cases}$$

$$\text{und sonst} \quad \rho_v(\vec{r}') = 0 \quad .$$

Berechnen Sie die gesamte Ladung.

Berechnen Sie das elektrische Dipolmoment der Ladungsverteilung, das als

$$\vec{p}(\vec{r}) = \int (\vec{r}' - \vec{r}) \rho_v(\vec{r}') d^3r'$$

definiert ist.