Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2010-3

Name :

Vorname :

Matrikelnummer :

Aufgabe 1:	Aufgabe 2:	Aufgabe 3:	$\sum$
Aufgabe 4:	Aufgabe 5:	Aufgabe 6:	$\sum$
Aufgabe 7:	Aufgabe 8:	Aufgabe 9:	$\sum$
Aufgabe 10:	Aufgabe 11:	Aufgabe 12:	$\sum$
Aufgabe 13:	Aufgabe 14:	Aufgabe 15:	$\sum$
Aufgabe 16:	Aufgabe 17:	Aufgabe 18:	$\sum$
			Gesamtpunktzahl:
		Ergebnis:	

Bemerkungen:

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zwei Punktladungen sind mit Q und $-Q$ geladen und haben den Abstand d zueinander. Im Abstand $x < d/2$ zur positiven Ladung ist das Potential V_1 auf einer gedachten Verbindungslinie zwischen den Ladungen bekannt. Geben Sie einen weiteren Punkt auf der Verbindungslinie und ihrer Verlängerung an, an denen das Potential den selben Wert wie V_1 annimmt.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben ist ein unendlich ausgedehntes Prisma mit $\mu \neq \epsilon = 1$ im freien Raum. Der Querschnitt des Prismas ist ein gleichschenkliges Dreieck, wie in der Abbildung skizziert. Ein Lichtstrahl fällt senkrecht zur z-Achse auf das Prisma, so dass der Strahl innerhalb des Prismas parallel zur Basis verläuft (siehe $k-$Vektor in der Abbildung). Wie ist der Winkel ϕ zu wählen, damit das Licht beim Verlassen des Prismas die gleiche Leistung hat wie beim Eintritt. Geben Sie die Richtung von $\vec{E}$ oder $\vec{H}$ an.

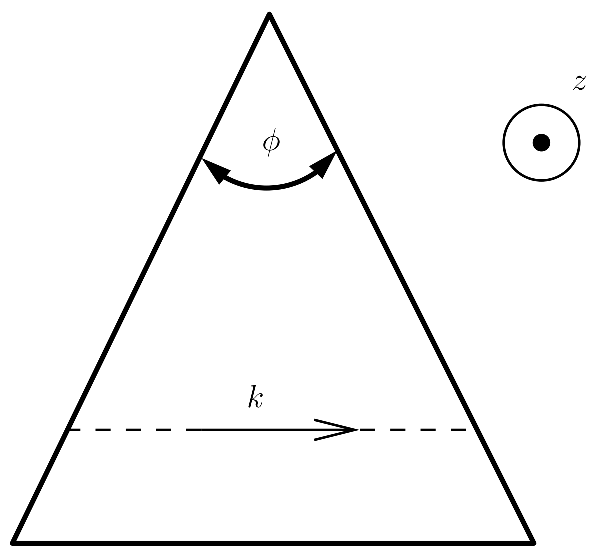


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Prismenquerschnitts.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Ein Kreisring mit Durchmesser D ist mit ϱ_{L} geladen und hat den Abstand d zu einer mit ϱ_{S} geladenen unendlich ausgedehnten Fläche. Die Achse des Ringes zeigt in Normalenrichtung der Ebene. Welche Kraft wirkt auf den Ring?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Ein hohler Zylinder ist so ausgerichtet, dass seine Achse mit der $z-$Achse zusammenfällt. Der Außendurchmesser des Zylinders ist D, der Innendurchmesser des Zylinders ist d. Der Zylinder ist endlich leitfähig (σ) und wird homogen von der Stromdichte $\vec{j} = j_0 \vec{e_z}$ durchflossen. Das Potential ist im Zylindermantel ($d \leq 2\rho \leq D$) an der Stelle $z = 0$ mit $V = 0$ eingeprägt. Welche Kraft wirkt auf eine Punktladung Q an der Stelle $x = y = z = 0$?

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Zwei rechteckige Elektroden sind so angeordnet, dass eine bei $z = 0$ und die andere bei $z = c$ liegt. Beide liegen mit der Mitte auf der z-Achse und haben in x-Richtung die Länge a bzw. in y-Richtung die Länge b. Zwischen den Elektroden befindet sich ein Dielektrikum mit homogener relativer Dielektrizitätszahl ε und Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_0(x - a)^2(y - b)^4$, das bei Anlegen einer Spannung die Stromdichte $\vec{j} = j_0(x - a)^2(y - b)^4\vec{e}_z$ trägt. Die Anordnung kann als Parallelschaltung aus idealer Kapazität und Widerstand modelliert werden. Welche Größe hat der Widerstand?

Aufgabe 6 (3 Punkte)

Eine kreisförmige Leiterschleife vom Radius R mit infinitesimal kleinem Spalt und unbegrenzter Leitfähigkeit wird axial homogen vom Magnetfeld B durchsetzt. Am Spalt wird die Spannung $U = U_0 \cos\{\omega t\}$ gemessen. Welche Größe hat das Magnetfeld?

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Das Lorentz-geeichte magnetische Vektorpotenzial lautet $\vec{A} = A_0 \cdot \vec{e}_\mathrm{x} \exp\{ax + by - \omega t\}$. Welche Größe hat das zugehörige elektrische Feld $\vec{E}$?

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Im Bereich $y \geq b$ herrscht das elektrische Feld

$$\vec{E} = E_0 \sin\left\{\pi \frac{x}{a}\right\} \cdot \cos\left\{\pi \frac{y}{b}\right\} \cdot \exp\{i(\omega t - \beta z)\} \vec{e}_{\mathrm{z}}$$

Die relative Dielektrizitätszahl ist ε. Der angrenzende Bereich $y < b$ ist feldfrei. Welche Ladungsdichte liegt in der Grenzfläche?

Aufgabe 9 (4 Punkte)

Das magnetische Vektorpotenzial ist $\vec{A} = A_0 \cdot \exp\{i(\omega t - ax - \beta z)\}\vec{e}_z$ und das zugehörige skalare elektrische Potenzial $\Phi_{\mathrm{el}} = \Phi_0 \cdot \exp\{i(\omega t - ax - \beta z)\}$. Wie muss Φ_0 gewählt werden, damit die Wellengleichungen entkoppeln?

Aufgabe 10 (3 Punkte)

Welche Polarisation weist das Feld

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} H_x \sin\{\omega t + \beta y\} \\ 0 \\ H_z \cos\{\omega t + \beta y\} \end{pmatrix} \quad ; \{H_x, H_z\} \in \mathbb{R}$$

auf?

Aufgabe 11 (6 Punkte)

Bestimmen Sie den TE und TM Anteil von $\vec{E} = E_0 \cdot \vec{e}_z \cdot \exp\{i(\omega t - \beta y\}$ bezüglich der Grenzfläche mit $\vec{n} = 0.6\vec{e}_x + 0.8\vec{e}_z$

Aufgabe 12 (9 Punkte)

An der Grenzfläche $y = 0$ lautet das Feld der reflektierten Welle $(y < 0)$

$$\vec{E}_{\text{ref}} = E_0 \cdot \exp\{i(\omega t - 2k_0 x + k_0 y)\}\vec{e}_z.$$

Die transmittierte Welle wird durch

$$\vec{E}_{\text{tr}} = A\ E_0\ \exp\{-k_0 y + i(\omega t - 2k_0 x)\}\vec{e}_z \quad ; \quad A \in \mathbb{C}$$

beschrieben. Wie groß ist A, wenn beide Medien unmagnetisch sind?

Aufgabe 13 (8 Punkte)

Bei $y = a$ stoßen zwei Medien aneinander. Sie werden durch die Materialgrößen ε_1 und $\varepsilon_2 = 0.5\varepsilon_1$ für $y < a$ bzw. $y \geq a$ beschrieben. In beiden Fällen ist $\mu = 1$. Im Bereich $y < a$ fällt eine Welle unter dem Winkel von $30\,^\circ$ auf die Grenzfläche (gemessen gegen die Flächennormale). Wie lautet der Wellenzahlvektor der transmittierten Welle?

Aufgabe 14 (4 Punkte)

Die planare Oberfläche einer ideal leitfähigen Platte trägt die Stromdichte $\vec{j}_{\mathrm{S}} = j_0(\sin\{\pi x/a\}\vec{e}_y + \cos\{\pi y/b\}\vec{e}_x)$ geladen. Die Platte befindet sich im Bereich bei $z \geq 0$. Welche Größe hat das magnetische Feld an der Grenzfläche im ansonsten freien Raum?

Aufgabe 15 (3 Punkte)

Eine zirkular polarisierte Welle trifft auf die Grenzfläche zwischen Vakuum und Quarzglas ($n_2 = 1.52, \mu_2 = 1$). Die reflektierte und transmittierte Welle haben einen Winkel von $90°$ zueinander. Unter welchen Winkeln breiten sich einfallende und transmittierte Welle aus. Wie ist der reflektierte Anteil polarisiert?

Aufgabe 16 (4 Punkte)

Eine monochromatische Welle breitet sich für $z < 0$ im Vakuum aus und trifft bei $z = 0$ auf ein Medium mit $\varepsilon = ?$ und $\mu = 4$. Das elektrische Feld von einfallender und transmittierter Welle ist gegeben durch

$$\vec{E}_{\rm in} = (E_{\rm x}, {\rm i}E_{\rm x}, 0) \cdot \exp\{{\rm i}(kz - \omega t)\}$$

und

$$\vec{E}_{\rm tr} = (\frac{1}{2}E_{\rm x}, \frac{1}{2}{\rm i}E_{\rm x}, 0) \cdot \exp\{{\rm i}(kz - \omega t)\}.$$

Bestimmen Sie die relative Dielektrizitätszahl ε (Zahlenwert) des Mediums.

Aufgabe 17 (3 Punkte)

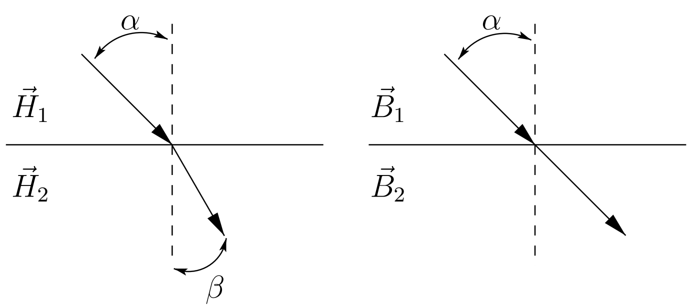
Im freien Raum sei der Realteil des elektrischen Feldes gegeben durch

$$\vec{E}(z,t) = E_0(1 + 2 \cdot \cos\{kz - \omega t\})\vec{e}_x.$$

Bestimmen Sie den Realteil des dazugehörigen Magnetfeldes (Re$\{\vec{H}\}$).

Aufgabe 18 (6 Punkte)

Gegeben ist das $\vec{H}$- und $\vec{B}$-Feld am Übergang zweier homogener Materialien 1 und 2. Die Grenzfläche ist stromfrei. $\vec{B}$ und $\vec{H}$ sind räumlich und zeitlich konstant.



Geben Sie die Magnetisierung $\vec{M}$ im Medium 2 in Abhängigkeit von $\vec{B}_1$ und $\vec{H}_1$ an.