

Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2012-1

Aufgabe 1:	Aufgabe 2:	Aufgabe 3:	Σ
Aufgabe 4:	Aufgabe 5:	Aufgabe 6:	Σ
Aufgabe 7:	Aufgabe 8:	Aufgabe 9:	Σ
Aufgabe 10:	Aufgabe 11:	Aufgabe 12:	Σ
Aufgabe 13:	Aufgabe 14:	Aufgabe 15:	Σ
Aufgabe 16:	Aufgabe 17:		Σ

Gesamtpunktzahl:

Ergebnis:

Bemerkungen:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben ist das \vec{H} -Feld einer elektromagnetischen Welle als

$$\vec{H} = -H_0 \exp\{i(\omega t - kz)\} \vec{e}_y + iH_1 \exp\{i(\omega t - kz)\} \vec{e}_x.$$

Geben Sie die Polarisierung der Welle an (hinreichende Begründung erforderlich!).

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Eine ebene Welle im Vakuum ist durch die folgende Darstellung des elektrischen Feldes gegeben:

$$E_x = E_0 \cos^2 \left\{ \frac{\omega z}{c} - \omega t \right\},$$

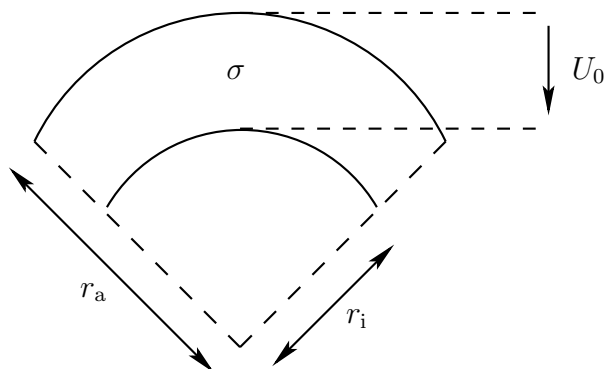
$$E_y = 0,$$

$$E_z = 0.$$

Berechnen Sie die Energieflussdichte $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist ein Segment eines Kreis/Ring-Kondensators wie in der Abbildung dargestellt. An den Platten liegt die Spannung U_0 an.



Für das Potential können Sie den folgenden Verlauf annehmen:

$$V\{\rho\} = C_1 + C_2 \ln\{\rho\}.$$

Geben Sie die Stromdichte \vec{j} innerhalb der Kondensatoranordnung an.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Es liegt die folgende kugelsymmetrische Ladungsverteilung vor:

$$\varrho = \begin{cases} 0 & , \text{für } r < r_K \\ \varrho_K \frac{r_K^3}{r^3} & , \text{für } r \geq r_K \end{cases} .$$

Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im gesamten freien Raum.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Gegeben ist eine koaxiale Anordnung aus einem dünnen Draht und einem dünnen kreisförmigen Hohlleiter mit Radius a . Sowohl im Draht als auch im Hohlleiter fließt der Strom J , allerdings in entgegengesetzter Richtung. Geben Sie das Magnetfeld innerhalb und außerhalb dieser koaxialen Anordnung an.

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Eine ebene Welle der Form

$$\vec{E} = (E_x, -iE_x, 0) \exp\{i(kz + \omega t)\}$$

trifft aus dem Vakuum bei $z = 0$ auf ein Medium mit $\varepsilon = 6$ und $\mu = 1,5$, das sich im Weiteren unendlich ausdehnt. Wie groß sind die Reflexionsfaktoren der Amplitude für den TE- und TM-Anteil? Wie ist die Welle polarisiert bevor sie auf das Medium trifft (Begründung erforderlich!)?

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Eine ideal leitende Kugel mit dem Radius R befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems. Die Kugel selbst hat keine Ladung. Innerhalb der Kugel befindet sich ein kugelförmiger Hohlraum bei den Koordinaten $(0, y_1, 0)$ mit dem Radius r_1 . Im Zentrum des Hohlraums befindet sich die Punktladung Q . Geben Sie das elektrische Feld im gesamten Raum an.

Aufgabe 8 (4 Punkte)

Eine Welle, welche durch das \vec{E} -Feld

$$\vec{E} = E_0 \exp\{i(\omega t - k_0 z)\} \vec{e}_y$$

charakterisiert ist, breitet sich im Vakuum aus. Bei $z = 0$ trifft sie senkrecht auf eine Grenzfläche zu einem unmagnetischen Medium mit $\varepsilon = 1 - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$. Berechnen Sie die Amplitude H_t des Magnetfeldes der transmittierten Welle in Abhängigkeit der Amplitude des transmittierten \vec{E} -Feldes E_t .

Aufgabe 9 (8 Punkte)

In einem Koaxialkabel fließt in der Innenelektrode mit Radius a die homogene Stromdichte \vec{j} in axialer Richtung. Entgegengesetzt dazu fließt der gleiche Strom im Außenleiter, dessen Innen- und Außenradius b und c sind. Zwischen den Elektroden befindet sich ein geschichtetes magnetisches Material mit Grenzfläche beim Radius R ($a < R < b$). Das innere Material hat die relative Permeabilität μ_1 , das äußere hat μ_2 . Beide Materialien besitzen die elektrische Suszeptibilität $\chi_{\text{el}} = 0$. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke zwischen den Elektroden.

Aufgabe 10 (3 Punkte)

An der Oberfläche eines magnetischen Materials unendlich guter Leitfähigkeit wird die zeitabhängige magnetische Induktion \vec{B} gemessen. Welche Größe hat \vec{B} innerhalb des Materials an der Grenzfläche?

Aufgabe 11 (10 Punkte)

Welches Magnetfeld \vec{H} erzeugt eine stromdurchflossene Drahtschleife in Form eines regelmäßigen ebenen Sechsecks auf der Achse der Figur? Der Draht kann als vernachlässigbar dünn angenommen werden. Die größte Ausdehnung der Figur ist $2a$. Geben Sie sowohl das exakte Ergebnis als auch die Näherung über das magnetische Dipolmoment an.

Aufgabe 12 (4 Punkte)

In einem stromfreien Gebiet wird die Magnetisierung $\vec{M} = m_0 \frac{a}{b+\rho} \vec{e}_\rho$ eingebracht. Welche Größe hat das zugehörige skalare magnetische Potenzial?

Aufgabe 13 (10 Punkte)

Ein Zylinderkondensator besteht aus zwei coaxialen zylindrischen Elektroden mit dazwischen liegendem Dielektrikum. Der Kondensator hat einen kreisförmigen Querschnitt. Der Radius der Innenelektrode ist a , der Radius der Außenelektrode ist c . Das Dielektrikum besteht aus zwei radialen Schichten mit Grenzfläche beim Radius b . Das innere Dielektrikum hat die Dielektrizitätszahl ε_1 . Das äußere Dielektrikum hat ε_2 und ist nach außen exponentiell abfallend geladen. Die Abfallkonstante ist Λ , die Ladungsdichte an der Grenzfläche zwischen den Dielektrika beträgt ϱ_0 . Die Spannung am Kondensator ist U . Berechnen Sie den Potenzialverlauf innerhalb des Kondensators.

Aufgabe 14 (6 Punkte)

Eine ebene Welle trifft unter 60° auf die ebene Grenzfläche zwischen zwei unterschiedlichen Medien. Das Medium, in dem sich die Welle fortbewegt, hat die Materialgrößen μ_1 und ε_1 , im angrenzenden Medium ist ε_2 bekannt. Welche Größe muss μ_2 haben, damit die TE und TM-Polarisation gleich stark reflektiert werden?

Aufgabe 15 (4 Punkte)

Wie lautet die zur magnetischen Feldstärke $\vec{H} = H_0 \exp\{i\omega t\} \exp\{iax\} \exp\{iby\} \vec{e}_z$ gehörende elektrische Feldstärke \vec{E} ? Gehen Sie davon aus, dass sich die Felder in einem homogenen Medium mit μ und ε befinden.

Aufgabe 16 (4 Punkte)

Auf einer ebenen Fläche fließt die Stromdichte \vec{j}_s homogen in einer Richtung. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke im gesamten freien Raum.

Aufgabe 17 (5 Punkte)

Durch die geplante Straßenbahn werden in den Laboren der Universität Magnetfeldschwankungen erzeugt. Die vorläufige Simulation hat eine Schwankung um $4\ \mu\text{T}$ innerhalb einer Sekunde vorhergesagt, wobei ein linearer Anstieg als gute Approximation verwendet werden kann.

In einem Labor wird Elektroenzephalografie (Hirnstrommessung) betrieben. Die maximal tolerierbare Störung darf höchstens ein zehntel der üblichen Messspannung von 5 bis $100\ \mu\text{V}$ betragen.

Als Modell für die ungünstigste Konfiguration des Messaufbaus können Sie von einer Elektrodenanordnung mit maximalem Abstand von etwa 20 cm ausgehen. Die Elektrodenleitungen werden eng um den als kreisförmig angenommenen Kopf gelegt und dann gemeinsam über eine Messleitung der Länge 2,5 m dem Messgerät zugeführt. In der Messleitung haben die Leiter einen Abstand von etwa 2 mm. Welche maximale Störung ist zu erwarten?