Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben ist das $\vec{H}$-Feld einer elektromagnetischen Welle als

$$\vec{H} = -H_0 \exp\{i(\omega t - kz)\}\vec{e_{\rm y}} + iH_1 \exp\{i(\omega t - kz)\}\vec{e_{\rm x}}.$$

Geben Sie die Polarisation der Welle an (hinreichende Begründung erforderlich!).

Lösung

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Eine ebene Welle im Vakuum ist durch die folgende Darstellung des elektrischen Feldes gegeben:

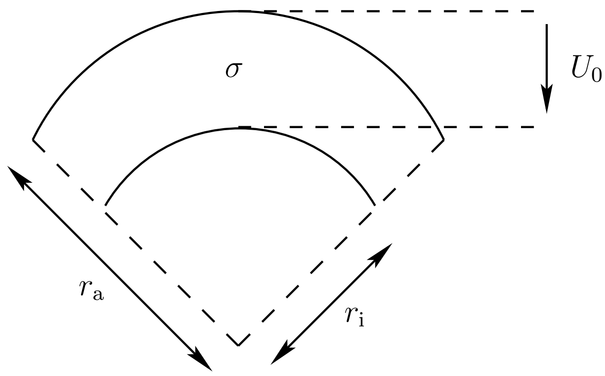
$$E_{\rm x} = E_0 \cos^2 \left\{ \frac{\omega z}{c} - \omega t \right\},$$
$$E_{\rm y} = 0,$$
$$E_{\rm z} = 0.$$

Berechnen Sie die Energieflussdichte $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$.

Lösung

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist ein Segment eines Kreis/Ring-Kondensators wie in der Abbildung dargestellt. An den Platten liegt die Spannung U_0 an.



Für das Potential können Sie den folgenden Verlauf annehmen:

$$V\{\rho\} = C_1 + C_2 \ln\{\rho\}.$$

Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}$ innerhalb der Kondensatoranordnung an.

Lösung

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Es liegt die folgende kugelsymmetrische Ladungsverteilung vor:

$$\varrho = \begin{cases} 0 & ,\text{für } r < r_\mathrm{K} \\ \varrho_\mathrm{K} \frac{r_\mathrm{K}^3}{r^3} & ,\text{für } r \geq r_\mathrm{K} \end{cases}.$$

Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im gesamten freien Raum.

Lösung

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Gegeben ist eine koaxiale Anordnung aus einem dünnen Draht und einem dünnen kreisförmigen Hohlleiter mit Radius a. Sowohl im Draht als auch im Hohlleiter fließt der Strom J, allerdings in entgegengesetzter Richtung. Geben Sie das Magnetfeld innerhalb und außerhalb dieser koaxialen Anordnung an.

Lösung

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Eine ebene Welle der Form

$$\vec{E} = (E_\mathrm{x}, -iE_\mathrm{x}, 0) \exp\{i(kz + \omega t)\}$$

trifft aus dem Vakuum bei $z = 0$ auf ein Medium mit $\varepsilon = 6$ und $\mu = 1,5$, das sich im Weiteren unendlich ausdehnt. Wie groß sind die Reflexionsfaktoren der Amplitude für den TE- und TM-Anteil? Wie ist die Welle polarisiert bevor sie auf das Medium trifft (Begründung erforderlich!)?

Lösung

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Eine ideal leitende Kugel mit dem Radius R befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems. Die Kugel selbst hat keine Ladung. Innerhalb der Kugel befindet sich ein kugelförmiger Hohlraum bei den Koordinaten $(0, y_1, 0)$ mit dem Radius r_1. Im Zentrum des Hohlraums befindet sich die Punktladung Q. Geben Sie das elektrische Feld im gesamten Raum an.

Lösung

Aufgabe 8 (4 Punkte)

Eine Welle, welche durch das $\vec{E}$-Feld

$$\vec{E} = E_0 \exp\{i(\omega t - k_0 z)\}\vec{e_\mathrm{y}}$$

charakterisiert ist, breitet sich im Vakuum aus. Bei $z = 0$ trifft sie senkrecht auf eine Grenzfläche zu einem unmagnetischen Medium mit $\varepsilon = 1 - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$. Berechnen Sie die Amplitude H_t des Magnetfeldes der transmittierten Welle in Abhängigkeit der Amplitude des transmittierten $\vec{E}$-Feldes E_t.

Lösung

Aufgabe 9 (8 Punkte)

In einem Koaxialkabel fließt in der Innenelektrode mit Radius a die homogene Stromdichte $\vec{j}$ in axialer Richtung. Entgegengesetzt dazu fließt der gleiche Strom im Außenleiter, dessen Innen- und Außenradius b und c sind. Zwischen den Elektroden befindet sich ein geschichtetes magnetisches Material mit Grenzfläche beim Radius R ($a < R < b$). Das innere Material hat die relative Permeabilität μ_1, das äußere hat μ_2. Beide Materialien besitzen die elektrische Suszeptibilität $\chi_\mathrm{el} = 0$. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke zwischen den Elektroden.

Lösung

Grundsätzlich gilt das Ampersche Gesetz $\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{D} + \vec{j}$. Hier ist eine zeitunabhängige Stromdichte $\vec{j}$ vorgegeben, so dass nur zeitunabhängige Magnetfelder daraus berechnet werden können. Es biete sich an, die integrale Darstellung zu wählen:

$$\oint_S \vec{H} \circ \mathrm{d}\vec{r} = \iint\limits_{C_S} \vec{j} \circ \mathrm{d}^2\vec{r}$$

Auf Grund der vollkommenen Zylindersymmetrie der Stromdichte ist auch eine zylindersymmetrische magnetische Feldstärke zu erwarten. Das Koordinatensystem wählt man unter diesen Voraussetzungen so, dass $\vec{j}$ im Innenleiter in z- Richtung zeigt. Dann ist die Integration über den Querschnitt des Zylinders zu nehmen und das Randintegral weist einfach in Umfangsrichtung. Stromfluss gibt es nur im Bereich $\rho \leq a$ und $b \leq \rho \leq c$. Bezüglich der magnetischen Feldstärke gibt es also nur vier relevante Bereiche: Im Innenleiter, zwischen den Leitern, im Außenleiter und außerhalb des Außenleiters. Der Gesamtstrom im Innenleiter bzw. Außenleiter ist J. Die magnetische Feldstärke hat in allen Bereichen nur eine (für konstanten Radius konstante) Umfangskomponente:

$$\vec{H}\{\vec{r}\} = \frac{1}{2\pi\rho} J\{\rho\} \vec{e}_\phi$$

mit

$$J\{\rho\} = J \begin{cases} \pi\rho^2/a^2 & \rho \leq a \\ \pi & a < \rho < b \\ \pi\left(1 - \frac{\rho^2-b^2}{c^2-b^2}\right) \quad \text{für} & b \leq \rho \leq c \\ 0 & c < \rho \end{cases}$$

Das hier angegebene Feld erfüllt alle Rand- und Stetigkeitsbedingungen. Der Sprung in der magnetischen Suszeptibilität ist nur für die magnetische Induktion relevant.

Aufgabe 10 (3 Punkte)

An der Oberfläche eines magnetischen Materials unendlich guter Leitfähigkeit wird die zeitabhängige magnetische Induktion $\vec{B}$ gemessen. Welche Größe hat $\vec{B}$ innerhalb des Materials an der Grenzfläche?

Lösung

Ein zeitabhängiges Magnetfeld zieht wegen des Faraday-Gesetzes auch ein zeitabhängiges elektrisches Feld nach sich. Da im inneren eines idealen Leiters kein elektrisches Feld existieren darf, muss auch das magnetische Feld im Inneren des Leiters verschwinden. Das zeitabhängige

Magnetfeld im Außenraum muss zu einer Welle gehören. Die Tatsache, dass im Innenraum kein Feld existieren darf, zieht den Schluss nach sich, das die Welle komplett reflektiert wird und dabei die Überlagerung aus reflektierter und einfallender Welle keine Normalkomponente der magnetischen Induktion haben darf. Die Tangentialkomponenten führen zu einem Oberflächenstrom.

Aufgabe 11 (10 Punkte)

Welches Magnetfeld $\vec{H}$ erzeugt eine stromdurchflossene Drahtschleife in Form eines regelmäßigen ebenen Sechsecks auf der Achse der Figur? Der Draht kann als vernachlässigbar dünn angenommen werden. Die größte Ausdehnung der Figur ist $2a$. Geben Sie sowohl das exakte Ergebnis als auch die Näherung über das magnetische Dipolmoment an.

Lösung

Die Lösung dieser Aufgabe ist sehr ähnlich zur Aufgabe 17 in der Klausur 2011-1. An Stelle der magnetischen Induktion ist die magnetische Feldstärke gesucht und diese auf der Symmetrieachse normal zum Sechseck auf der gesamten Achse statt in fester Entfernung zum Mittelpunkt gefragt.
Für die Näherungslösung wird das Magnetische Moment $\vec{m}$ mit dem Strom im Stromfaden und der Fläche der Leiterschleife berechnet. Die Fläche eines regelmäßigen Sechsecks der Kantenlänge a ist $3\sqrt{3}a^2/2$. Die Richtung des Moments ist Normal zur Fläche und weist so, dass der Strom rechts um das Moment läuft. Nun muss das Koordinatensystem gewählt werden. Es wird so angeordnet, dass die z-Achse senkrecht durch die Mitte des Sechsecks und der Strom rechts um die Achse läuft. Damit ergibt sich das Dipolmoment zu $\vec{m} = 3\sqrt{3}a^2 I/2\vec{e}_z = m\vec{e}_z$. Die magnetische Induktion in einiger Entfernung zum Zentrum lautet dann in guter Näherung

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{3\frac{\vec{m}\circ\vec{r}}{|\vec{r}|}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} - \vec{m}}{|\vec{r}|^3} = \frac{m}{2\pi z^3}\vec{e}_z = \frac{3\sqrt{3}I}{4\pi}\cdot\frac{a^2}{z^2}\cdot\frac{1}{z}\vec{e}_z \quad .$$

Die exakte Lösung ergibt auf der z-Achse (siehe Musterlösung Klausur 2011-1, Aufgabe 17)

$$\vec{H} = \frac{3\sqrt{3}I}{4\pi}\cdot\frac{a^2}{3a^2/4 + z^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}}\vec{e}_z \quad .$$

Aufgabe 12 (4 Punkte)

In einem stromfreien Gebiet wird die Magnetisierung $\vec{M} = m_0\frac{a}{b+\rho}\vec{e}_\rho$ eingebracht. Welche Größe hat das zugehörige skalare magnetische Potenzial?

Lösung

Das skalare magnetische Potenzial Φ_{magn} hängt gemäß

$$\nabla \circ (\nabla \Phi_{\text{magn}}) = \nabla \circ \vec{M}$$

zusammen. Nach Umstellen kann aus

$$\nabla \circ (\nabla \Phi_{\text{magn}} - \vec{M}) = 0$$

geschlossen werden, dass $\nabla \Phi_{\text{magn}} - \vec{M}$ ein Vektor $\vec{f}$ mit verschwindender Divergenz ist. Nimmt man zunächst an, dass dieser Vektor selbst verschwindet, ergibt sich der Zusammenhang

$$\nabla \Phi_{\text{magn}} = m_0 \frac{a}{b+\rho} \vec{e}_\rho \quad .$$

Die radiale Komponente des Gradienten in Zylinderkoordinaten lautet $\nabla \Phi_{\text{magn}} \circ \vec{e}_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi_{\text{magn}}$ und so ergibt sich durch einfache Integration

$$\Phi_{\text{magn}} = m_0 a \ln \left\{ \frac{b+\rho}{a} \right\} \quad .$$

Für den noch fehlenden divergenzfreien Vektor kann einfach $\vec{f} = \nabla \times \vec{K}$ mit einer beliebigen Vektorfunktion $\vec{K}$ gewählt werden. Erst durch das Setzten von Randbedingungen wird die Wahl der Vektorfunktion eindeutig.

Aufgabe 13 (10 Punkte)

Ein Zylinderkondensator besteht aus zwei koaxialen zylindrischen Elektroden mit dazwischen liegendem Dielektrikum. Der Kondensator hat einen kreisförmigen Querschnitt. Der Radius der Innenelektrode ist a, der Radius der Außenelektrode ist c. Das Dielektrikum besteht aus zwei radialen Schichten mit Grenzfläche beim Radius b. Das innere Dielektrikum hat die Dielektrizitätszahl ε_1. Das äußere Dielektrikum hat ε_2 und ist nach außen exponentiell abfallend geladen. Die Abfallkonstante ist Λ, die Ladungsdichte an der Grenzfläche zwischen den Dielektrika beträgt ϱ_0. Die Spannung am Kondensator ist U. Berechnen Sie den Potenzialverlauf innerhalb des Kondensators.

Lösung

Es handelt sich hier um ein völlig zylindersymmetrische Problem. Daher kann angenommen werden, dass das elektrische Feld nur eine radiale Komponente $\vec{E} = E\vec{e}_\rho$ besitzt. In den einzelnen

Bereichen ist das Material homogen. Damit ergibt sich sofort für die Teilbereiche

$$\varrho = \varepsilon\varepsilon_0 \nabla \circ \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho E) \quad .$$

Die Ladungsdichte lautet

$$\varrho = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad a \le \rho < b \\ \varrho_0 \exp\{-(\rho - b)/\lambda\} & \phantom{\text{für}} \quad b \le \rho \le c \end{cases} \quad .$$

Mit partieller Integration resultiert

$$\rho E = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0} k_{11} & \text{für} \quad a \le \rho < b \\ \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0} k_{21} + \lambda\varrho_0(\lambda - \rho)\exp\{-(\rho - b)/\lambda\} & \phantom{\text{für}} \quad b \le \rho \le c \end{cases}$$

und daraus das Potenzial im Bereich $a \le \rho < b$

$$V_1 = \frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0}\left(k_{11}\ln\{\rho/a\} + k_{12}\right)$$

und im Bereich $b \le \rho \le c$

$$V_2 = \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}\left(k_{21}\ln\{\rho/c\} + k_{22} + \lambda^2\varrho_0\exp\{b/\lambda\}\left(-\exp\{-\rho/\lambda\} + \ln\{\rho/\lambda\} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\rho/\lambda)^n}{n \cdot n!}\right)\right) \quad .$$

Die Randbedingungen verlangen, dass die Spannung zwischen den Elektroden U ist. Willkürlich kann das Potenzial der inneren Elektrode auf 0 gesetzt werden. Dann ergibt sich für die Konstante $k_{12} = 0$.

$$V_1 = \frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0} k_{11}\ln\{\rho/a\}$$

Das Potenzial an der äußeren Elektrode ist mit obiger Wahl U und damit resultiert die Konstante k_{22}.
Weitere Bedingungen zur Bestimmung der Konstanten ergeben sich aus der Stetigkeit des Potenzials und der Stetigkeit der Normalkomponente von $\vec{D}$ bei $\rho = b$. Mit der abkürzenden Funktion

$$f\{\rho\} = \lambda^2\varrho_0\exp\{b/\lambda\}\left(-\exp\{-\rho/\lambda\} + \ln\{\rho/\lambda\} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\rho/\lambda)^n}{n \cdot n!}\right)$$

lassen sich die Werte relativ einfach hinschreiben:
$V_2\{c\} = U \longrightarrow$

$$\frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}\left(k_{22} + f\{c\}\right) = U$$

Umstellen:

$$k_{22} = U\varepsilon_2\varepsilon_0 - f\{c\}$$

$$V_2 = U + \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}\left(k_{21}\ln\{\rho/c\} + f\{\rho\} - f\{c\}\right) \quad .$$

$V_1\{b\} = V_2\{b\} \longrightarrow$

$$\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0}k_{11}\ln\{b/a\} = U + \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}\left(k_{21}\ln\{b/c\} + f\{b\} - f\{c\}\right)$$

$\vec{e}_\rho \circ (\vec{D}_2 - \vec{D}_1)\Big|_b = 0 \longrightarrow$

$$k_{11}/b = k_{21}/b + \lambda\varrho_0(\lambda - b)/b$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0}(k_{21} + \lambda\varrho_0(\lambda - b))\ln\{b/a\} = U + \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}\left(k_{21}\ln\{b/c\} + f\{b\} - f\{c\}\right)$$

$$k_{21}\left(\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0}\ln\{b/a\} - \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}\ln\{b/c\}\right) = U + \frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_0}(f\{b\} - f\{c\}) - \frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_0}\lambda\varrho_0(\lambda - b)\ln\{b/a\}$$

Aufgabe 14 (6 Punkte)

Eine ebene Welle trifft unter 60° auf die ebene Grenzfläche zwischen zwei unterschiedlichen Medien. Das Medium, in dem sich die Welle fortbewegt, hat die Materialgrößen μ_1 und ε_1, im angrenzenden Medium ist ε_2 bekannt. Welche Größe muss μ_2 haben, damit die TE und TM-Polarisation gleich stark reflektiert werden?

Lösung

Die Reflexionsfaktoren für TE und TM Wellen lauten

$$r_{\mathrm{TE}} = \frac{\dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{in}}}{\mu_{\mathrm{in}}} - \dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{tr}}}{\mu_{\mathrm{tr}}}}{\dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{in}}}{\mu_{\mathrm{in}}} + \dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{tr}}}{\mu_{\mathrm{tr}}}}$$

$$r_{\mathrm{TM}} = \frac{\dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{in}}}{\varepsilon_{\mathrm{in}}} - \dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{tr}}}{\varepsilon_{\mathrm{tr}}}}{\dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{in}}}{\varepsilon_{\mathrm{in}}} + \dfrac{\vec{n}\circ\vec{k}_{\mathrm{tr}}}{\varepsilon_{\mathrm{tr}}}}$$

Hier gilt $\varepsilon_{\text{in}} = \varepsilon_1$, $\varepsilon_{\text{tr}} = \varepsilon_2$, $\mu_{\text{in}} = \mu_1$, $\mu_{\text{tr}} = \mu_2$. Umstellen der Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{\frac{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{tr}}}{\mu_2}}{\frac{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{in}}}{\mu_1}} = \frac{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{tr}}}{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{in}}} \frac{\mu_1}{\mu_2} &= \frac{1 - r_{\text{TE}}}{1 + r_{\text{TE}}} \\
\frac{\mu_1}{\mu_2} &= \frac{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{in}}}{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{tr}}} \frac{1 - r_{\text{TE}}}{1 + r_{\text{TE}}} \\
\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} &= \frac{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{in}}}{\vec{n} \circ \vec{k}_{\text{tr}}} \frac{1 - r_{\text{TM}}}{1 + r_{\text{TM}}} \quad .
\end{aligned}$$

In den letzten beiden Gleichungen sind die rechten Seiten gleich groß. Damit ergibt sich

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad .$$

Aufgabe 15 (4 Punkte)

Wie lautet die zur magnetischen Feldstärke $\vec{H} = H_0 \exp\{i\omega t\} \exp\{iax\} \exp\{iby\} \vec{e}_z$ gehörende elektrische Feldstärke $\vec{E}$? Gehen Sie davon aus, das sich die Felder in einem homogenen Medium mit μ und ε befinden.

Lösung

Bei dem angegebenen magnetischen Feld handelt es sich um das Feld einer ebenen Welle mit Ausbreitungsvektor $\vec{k} = -a\vec{e}_x - b\vec{e}_y$. Das elektrische Feld lässt sich somit einfach gemäß $\omega\varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \vec{H} \times \vec{k}$ bestimmen und es resultiert

$$\vec{E} = \frac{H_0}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} \vec{e}_z \times (-a\vec{e}_x - b\vec{e}_y) = \frac{H_0}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} (b\vec{e}_x - a\vec{e}_y) \quad .$$

Aufgabe 16 (4 Punkte)

Auf einer ebenen Fläche fließt die Stromdichte $\vec{j}_{\text{s}}$ homogen in einer Richtung. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke im gesamten freien Raum.

Lösung

Der Flächenstrom wird hier ohne Beschränkung der Allgemeinheit in x-Richtung angenommen und soll in der Ebene $z = 0$ fließen. Damit lautet seine Darstellung $\vec{j} = j\delta\{z\}\vec{e}_x$. Mit dem

Biot-Savart-Gesetz resultiert dann

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_0 j}{4\pi} \iiint\limits_{\infty}^{\infty} \frac{\delta\{z'\}\vec{e}_x \times ((x-x')\vec{e}_x + (y-y')\vec{e}_y + (z-z')\vec{e}_z)}{((x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2)^{3/2}} \, \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}y' \, \mathrm{d}z' \\ &= \frac{\mu_0 j}{4\pi} \iint\limits_{\infty}^{\infty} \frac{(y-y')\vec{e}_z - z\vec{e}_y}{((x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2)^{3/2}} \, \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}y' \quad .\end{aligned}$$

Dieses Integral sieht bis auf die Zuordnung der Vektorkomponenten genau so aus, wie das für die Berechnung des elektrischen Feldes einer Flächenladung (Skript, Beispiel 1.3.3). Ein Vergleich liefert die Lösung

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 j}{2} \frac{z}{|z|} \vec{e}_y \quad .$$

Aufgabe 17 (5 Punkte)

Durch die geplante Straßenbahn werden in den Laboren der Universität Magnetfeldschwankungen erzeugt. Die vorläufige Simulation hat eine Schwankung um $4\,\mu\mathrm{T}$ innerhalb einer Sekunde vorhergesagt, wobei ein linearer Anstieg als gute Approximation verwendet werden kann.
In einem Labor wird Elektroenzephalografie (Hirnstrommessung) betrieben. Die maximal tolerierbare Störung darf höchstens ein zehntel der üblichen Messspannung von 5 bis $100\,\mu\mathrm{V}$ betragen.
Als Modell für die ungünstigste Konfiguration des Messaufbaus können Sie von einer Elektrodenanordnung mit maximalem Abstand von etwa $20\,\mathrm{cm}$ ausgehen. Die Elektrodenleitungen werden eng um den als kreisförmig angenommenen Kopf gelegt und dann gemeinsam über eine Messleitung der Länge $2,5\,\mathrm{m}$ dem Messgerät zugeführt. In der Messleitung haben die Leiter einen Abstand von etwa $2\,\mathrm{mm}$. Welche maximale Störung ist zu erwarten?

Lösung

Ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt gemäß Faraday-Gesetz $-\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = \nabla \times \vec{E}$ ein dazu gehörendes elektrisches Feld. In integraler Darstellung lautet das Faraday-Gesetz

$$\iint\limits_S -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \circ \mathrm{d}\vec{r}^2 = \oint_{C_S} \vec{E} \circ \mathrm{d}\vec{r} \quad .$$

Für das Problem in der Aufgabe wird die Fläche der gesamten Leiterschleife für die Integration gewählt. Der maximale Beitrag entsteht, wenn die magnetische Induktion immer Senkrecht zur Leiterschleife steht. Mit der weiteren Annahme, dass das Magnetfeld über die Leiterschleife homogen ist, geht das Integral auf der linken Seite in eine Multiplikation der magnetischen Induktion mit der Fläche der Schleife über, von dem noch die Zeitableitung zu nehmen ist. Das Integral auf der rechten Seite verläuft entlang des Randes der Fläche, also genau auf der Leiterschleife und gibt direkt die in der Schleife induzierte Spannung an. Somit resultiert im schlechtesten fall eine insgesamt induzierte Spannung von

$$U = -\frac{\partial}{\partial t} BS \quad .$$

Die Fläche ergibt sich zum einen aus der Länge des Messkabels und dem Abstand der Leiter zu $S_1 = 2,5\,\mathrm{m} \times 2\,\mathrm{mm} = 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$ und zum anderen aus der Elektrodenanordnung am Kopf des Probanden, also etwa der Fläche des Halbkreises mit $10\,\mathrm{cm}$ Radius zu $S_2 = 10^{-2}\pi\,\mathrm{m}^2$. Die gesamte Fläche ist entsprechend im Wesentlichen durch die Elektrodenanordnung bestimmt. Die magnetische Induktion bzw. deren zeitliche Ableitung ist laut Aufgabe $4\,\mu\mathrm{T/s}$. Somit resultiert im schlechtesten Fall ein Zusatzpotenzial von

$$\Phi_{\mathrm{el}} \approx -10^{-2}\pi\,\mathrm{m}^2 \times 4\,\mu\mathrm{T/s} \approx 1,2 \times 10^{-7}\,\mathrm{V} \quad .$$

Dieser Wert liegt um zwei Größenordnungen unter dem kleinsten Signal der Messung und ist daher tolerierbar.