Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2012-2

Aufgabe 1:	Aufgabe 2:	Aufgabe 3:	$\sum$
Aufgabe 4:	Aufgabe 5:	Aufgabe 6:	$\sum$
Aufgabe 7:	Aufgabe 8:	Aufgabe 9:	$\sum$
Aufgabe 10:	Aufgabe 11:	Aufgabe 12:	$\sum$
Aufgabe 13:	Aufgabe 14:	Aufgabe 15:	$\sum$
Aufgabe 16:			$\sum$
			Gesamtpunktzahl:
		Ergebnis:	

Bemerkungen:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

In einem Material mit Dielektrizitätszahl ε wird das elektrische Feld $\vec{E} = E_0 \sin\{\omega t + kx\}\vec{e}_x$ gemessen. Welche Stromdichte $\vec{j}_{\mathrm{frei}}$ herrscht in dem Gebiet? Es genügt, eine mögliche Lösung anzugeben.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zur Verbesserung der Lichtausbeute von Leuchtdioden wird deren Oberfläche strukturiert. Hier soll angenommen werden, dass die Oberfläche regelmäßig mit pyramidenförmigen Erhebungen aus einem Material mit der Brechzahl n_p beschichtet ist. Welchen Spitzenwinkel 2α gemäß Abbildung 1 müssen die Pyramiden mindestens aufweisen, damit das Licht, das in die Pyramide eintritt, die Oberfläche ohne Totalreflexion verlassen kann?

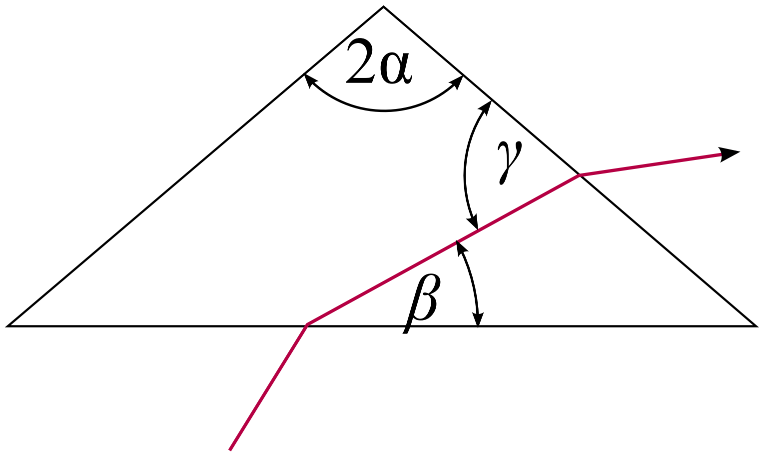


Abbildung 1: Pyramidenförmige Oberfläche einer Leuchtdiode. Das Licht tritt unter dem Winkel β an der Basis in die Pyramide ein und soll die Seitenfläche ohne Totalreflexion passieren.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Im freien Raum fließt ein Flächenstrom in Form eines unendlich langen Hohlzylinders vom Durchmesser $2a$ in Richtung der Zylinderachse. Wie lautet die magnetische Induktion im gesamten Raum?

Aufgabe 4 (9 Punkte)

Eine Welle mit elektrischem Feld $\vec{E} = E_0 \exp\{i(k_0 z - \omega t)\}(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$ fällt aus Luft auf die Grenzfläche zu einem unmagnetischen Medium mit Brechzahl 2. Die Grenzfläche enthält den Ursprung des Koordinatensystems und hat den Normalenvektor parallel zu $2\vec{e}_x + \vec{e}_z$. Berechnen Sie das elektrische Feld der reflektierten Welle.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Welchen Polarisationszustand weist die Welle

$$\vec{H} = H_0 \exp\{i(\omega t - kx)\} \left((1+i)\vec{e}_y + (1-i)\vec{e}_z\right)$$

auf?

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Wie lautet die Dispersionsrelation für die Gaußwelle

$$E = E_0 \cdot \left(1 - i\frac{z - z_0}{p^2 k}\right) \cdot \exp\left\{-\frac{x^2}{2p^2}\right\} \cdot \exp\left\{i[k(z - z_0) - \omega t]\right\} \quad ,$$

die bei $z = z_0$ startet.

Hinweis: Verwenden Sie die Schreibweise $E = E_0 \cdot X \cdot Z \cdot T$ mit $X = \exp\left\{-\frac{x^2}{2p^2}\right\}$ und $Z = (1 - i(z - z_0)/(p^2 k)) \exp\left\{ik(z - z_0)\right\}$.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Mit welcher Geschwindigkeit prallt ein Molekül mit Ladung q und Masse m auf die Elektrode eines ebenen Plattenkondensators, das sich aus der Gegenelektrode gelöst hat? Der Plattenabstand ist d, der Kondensator ist auf die Spannung U geladen.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

An der Stelle $z = 0$ stoßen zwei unmagnetische Medien aneinander. Medium 1 befindet sich im Bereich $z < 0$ und hat die Brechzahl $\sqrt{10}$, Medium 2 hat die Brechzahl 2. Im Medium 2 läuft eine Welle parallel zu $\vec{e}_x + \vec{e}_z$. Die Amplitude ihrer elektrischen Feldstärke ist E_2 und weist in y-Richtung. Wie lautet das elektrische Feld der erzeugenden Welle in Medium 1?

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Eine elektromagnetischen Welle breitet sich als Gauss'scher Impuls aus. Das $\vec{E}$- und $\vec{H}$-Feld sind gegeben als:

$$\vec{E} = E_0 \exp\{i(\omega t - kz)^2\}\vec{e}_{\mathrm{x}},$$

$$\vec{H} = H_0 \exp\{i(\omega t - kz)^2\}\vec{e}_{\mathrm{y}}.$$

Treffen Sie eine Aussage, ob die Wellengleichung für das $\vec{E}$-Feld erfüllt ist, und geben Sie den Wellenzahlvektor als Funktion von ω an.

Aufgabe 10 (8 Punkte)

In einem unendlich langen zylinderförmigen Leiter fließt der Strom $I = I_0 \sin\{\omega t\}$, wobei die folgende Stromdichte vorliegt:

$$\vec{j} = \begin{cases} j_0 \sin\{\omega t\}\vec{e}_{\mathrm{z}}, & 0 \leq r < a \\ j_0 \frac{b^2}{r^2} \sin\{\omega t\}\vec{e}_{\mathrm{z}}, & a \leq r \leq b \end{cases}.$$

Geben Sie die Stromdichte j_0 in Abhängigkeit von I_0 an und berechnen Sie das Magnetfeld im gesamten Raum unter Vernachlässigung von Verschiebungsströmen $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{D}$.

Aufgabe 11 (8 Punkte)

Gegeben ist ein Zylinder als Koaxialanordnung, bei dem die folgende Verteilung des elektrischen Feldes vorliegt:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\varrho_0}{\varepsilon_0}\rho^2\vec{e}_\rho, & \rho \leq a \\ 0, & a < \rho < b \\ \frac{\varrho_0}{\varepsilon_0}\frac{a^3}{\rho}\vec{e}_\rho, & b < \rho < c \\ 0, & \rho > c \end{cases}.$$

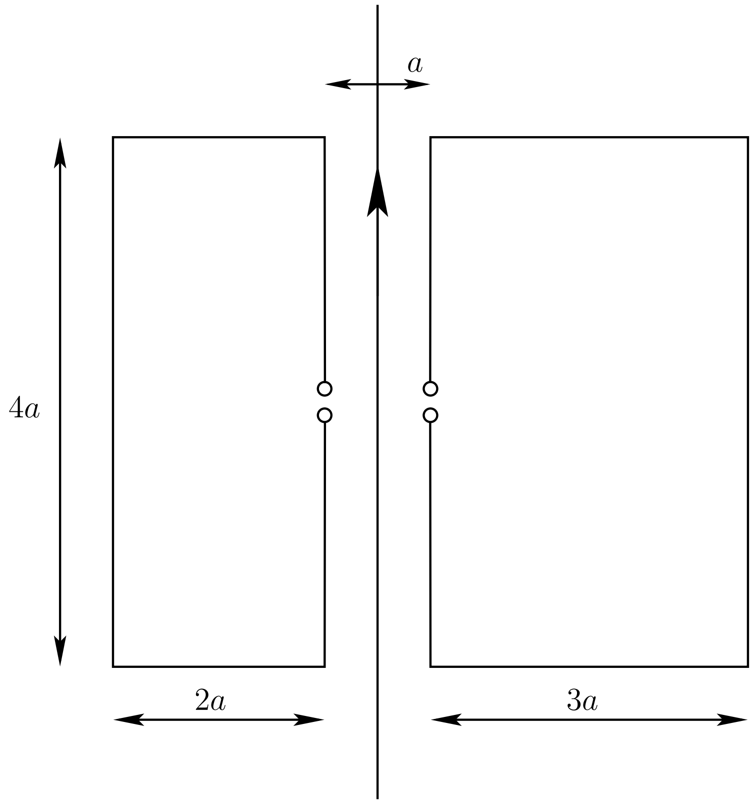
Geben Sie die entsprechenden Raumladungsdichten an und berechnen Sie das elektrische Potential im gesamten Raum ($V\{\infty\} = 0$).

Aufgabe 12 (4 Punkte)

Gegeben ist ein Koaxialleiter der Länge l. Der Innenleiter hat den Radius R_a, der Außenleiter die Radii R_b und R_c für Innen und Außen. Ein Ende des Leiters ist kurzgeschlossen (ideal), am anderen liegt die Spannung U an. Durch den Leiter fließt der Strom I in axial Richtung. Der äußere Leiter hat die konstante Leitfähigkeit σ_a. Geben Sie die Leitfähigkeit des Innenleiters σ_i an.

Aufgabe 13 (5 Punkte)

In einem unendlich langen, dünnen Draht fließt der Strom $I = I_0 \sin\{\omega t\}$ entlang der $z-$Achse. In der $y-z-$Ebene befinden sich zwei Leiterschleifen im Abstand a um den Draht (siehe Skizze). Wie groß ist der Unterschied zwischen den induzierten Spannungen der beiden Schleifen?



Aufgabe 14 (3 Punkte)

Eine ebene Welle breitet sich im homogenen verlustfreien Medium aus. Die Welle ist durch $\vec{E} = E_0 \exp\{i(\vec{k} \circ \vec{r} - \omega t)\}$ beschrieben. In Welche Richtung breitet sich die Welle aus, wenn $k_\mathrm{y} = \omega\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ gilt?

Aufgabe 15 (6 Punkte)

Eine lange Spule mit Länge l, Durchmesser D und n Windungen (dünne Wicklung) wird vom Strom $I = I_0 \sin\{\omega t\}$ durchflossen. Die Spule ist in z-Richtung ausgedehnt. Berechnen Sie zunächst die magnetische Flussdichte im Inneren. Innerhalb der Spule ist nun zentriert und achsenparallel eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius r und Widerstand R platziert. Berechnen Sie den Strom, welcher in der Leiterschleife induziert wird.

Aufgabe 16 (6 Punkte)

In den Strahlengang eines unpolarisierten monochromatischen Lichtstrahls werden ein Quarzglas- ($\varepsilon = 2,25$) und ein Galliumarsenidplättchen ($\varepsilon = 12,25$) jeweils so platziert, dass die reflektierten Anteile nur eine Polarisation aufweisen. Eine mögliche Konfiguration ist in der Abbildung skizziert. Wie ist das Verhältnis von TE- und TM-Anteilen (Amplitude), nachdem das Licht beide Plättchen passiert hat?